

Braillezko idazkera matematikoa

Patxi Angulo*

Hamar zifrak** izeneko artikulua, itsuen alfabetoa, Braille, eta gormutuen alfabetoa ezagutzeko parada eskaini zidan. Alfabeto bi horiek ez dira letrak eta zifrak bes-

te era batean adieraztera mugatzen; baizik eta bi lagunen arteko komunikazio-esparru osoa betetzen dute, hau da, pertsona arruntek ahoz eta idazkien bidez azaltzen dutena, itsuek eta gor-

mutuek braille- edo keinu-sistemetan azaltzerik badute. Ideia honek matematikan erabiltzen dituzten ikur eta keinu bereziak bilatzera eraman ninduen, eta orain landutako material osoaren

1. Ikur orokorrak

.		(3) milakoen puntua	Z.										
,		(2) hamartarren koma	+		(235) gehi ikurra	-		(36) ken ikurra					
:		(25) bi puntu	X		(236) bider ikurra	÷		(256) zati ikurra					
...		(3) (3) (3) eten-puntuak	=		(2356) berdintza								
¿ ?		(26) (26) galdeikurra	%		(456) (356) ehunekoaren ikurra								
()		(126) (345) parentesiak	Alf. latindarra (aurrizkia)										
[]		(12356) (23456) kortexteak	min.		(5) maius.		(46)						
{ }		(5) (123) (456) (2) giltzak	Alf. grekoa (aurrizkia)										
		(26) (35) parentesi lagungarria	min.		(4) maius.		(45)						
-		(36) marratxo motza	beste alf. (aurrizkia)										
/		(6) (2) marra okerra	min.		(6) maius.		(56)						
*		(35) izartxoak			(456) (456) balio absolutua								
					(456) (123) (456) (123) norma								

* Oharra: 1994.eko apirilean (82. zenbakian), Matematikaren inguruan izeneko sailean, hamar zifrak Braille sisteman nola idazten ziren azaldu genuenean gaizki eman zen. Orrialde honetan ematen den bezala dira.

MATEMATIKA

lagin txikia aurkeztu nahi dizugu. Braille sistemarekin hasiko gara, geroago gormutuen sistema azalduko dugularik.

Braille alfabetoaren historia laburbilduko dizugu. Braille alfabetoa Louis Braille-k (1809-1852) 1829. urtean plazaratu zuen lehenengo aldiz. Braille-ren alfabetoa Carlos Barbier-ek asmatutako beste batean oinarritzen da. Barbierren sisteman frantsesezko soinu eta letra guz-

Louis Braille
(1809-1852)



tiak 6x6 eta 5x5-eko bi tauletan sartzen ziren. Gero letrak eta soinuak adierazteko bi zifra erabiltzen zituen, lehenengoak soinua edo letraren errenkada eta bigarrenak zutabea adierazten zuten. Hasieran

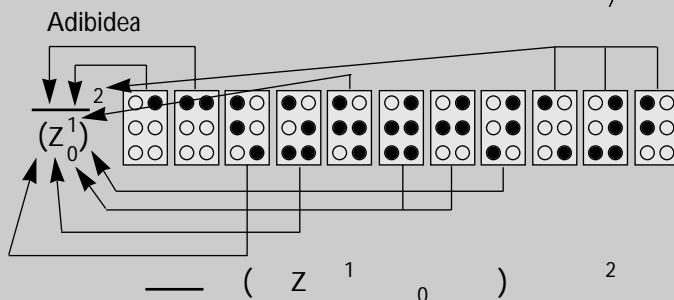
2. Indizeak eta markak

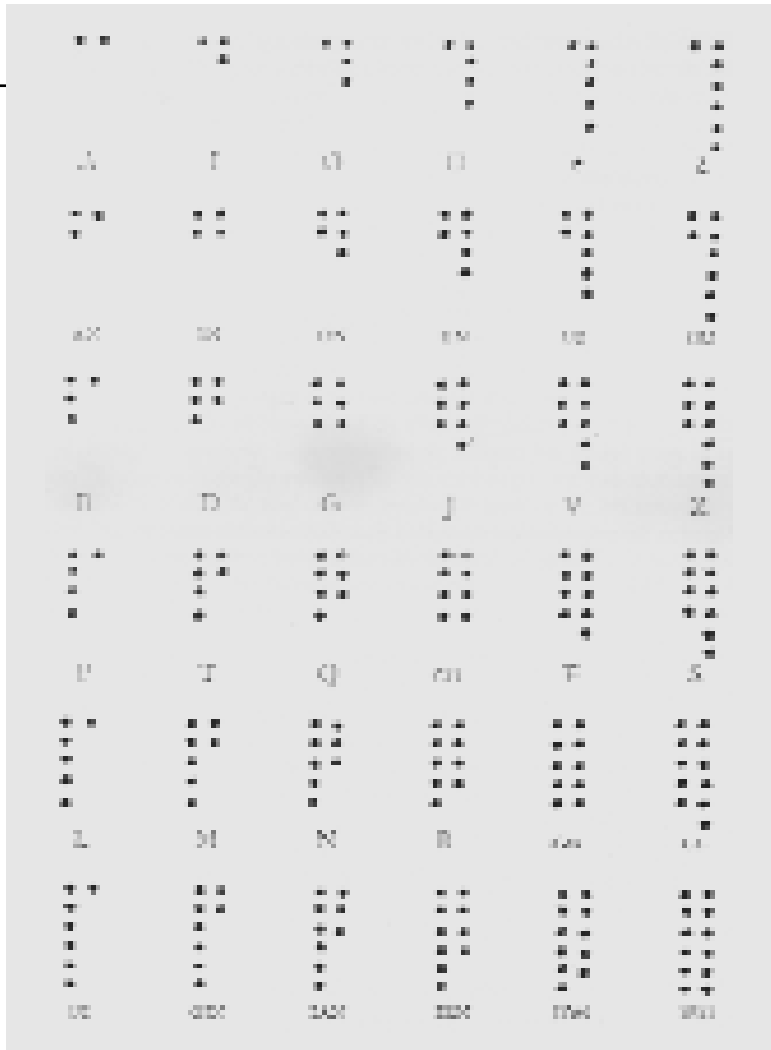
Z_r		(1356) (34) (1235)	Z azpi r	} indizeak
Z^r		(1356) (16) (1235)	Z goi r	
r_Z		(1356) (6) (34) (1235)	ezker-azpiindizea	
r^Z		(1356) (4) (16) (1235)	ezker-goindizea	
Z_r		(1356) (34) (34) (1235)	azpian idatzia	
r_Z		(1356) (16) (16) (1235)	gainean idatzia	

Adibidea

Z^3_4							(1356) (34) (3456) (145) (16) (3456) (14)
							Z azpi lau goi 3 Z azpi lau kubo (ber hiru)

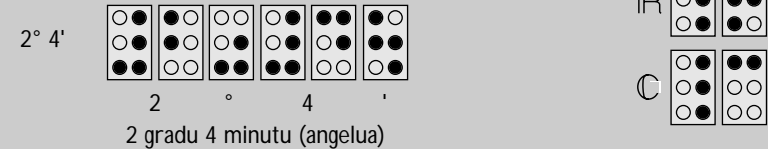
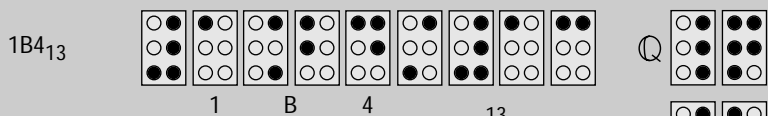
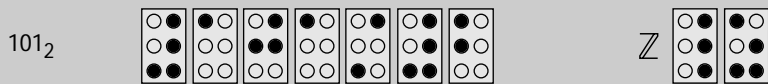
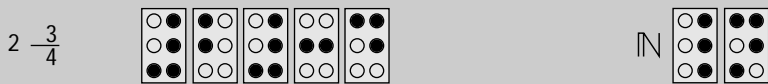
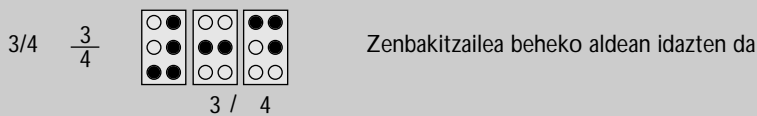
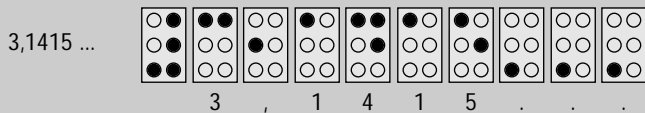
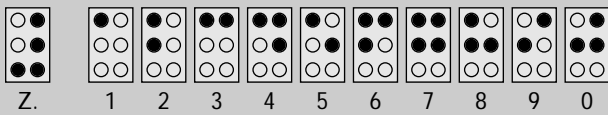
Z^+		(1356) (235) (3)	Z plus	} markak
\bar{Z}		(4) (14) (1356)	Z goimarratua	
\dot{Z}		(4) (46) (1356)	Z maiuskula eta puntu bat gainean	



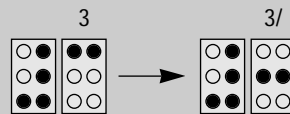


Barbier-en sonografi taula, itsuen idazkerara egokitua.

idazki sekretuak egiteko pentsatua bazen ere (ilunpean idaztea komenigarria zela pentsatuz) zenbakiaren ordean bi zutabetan soinu edo letraren errenkadek eta zutabeek adierazten zuten adina puntu grabatzea otu zitzaion. Geroago sistema hura itsuentzat onuragarria izango zela pentsatu zuen. Sistema hura 1819an aurkeztu zuen Barbierrek Pariseko Gazte Itsuen Erakundearen. Urte hartan, hain zuzen ere, sartu zen Louis Braille Erakundera. Aipatu beharra dago lehenago itsuek guk erabiltzen



3. Zenbakiak



\mathbb{N} (456) (1345) Zenbaki arrunten multzoa

\mathbb{Z} (456) (1356) Zenbaki osoen multzoa

\mathbb{Q} (456) (12345) Zenbaki razionalen multzoa

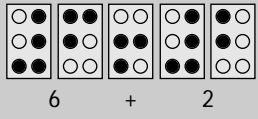
\mathbb{R} (456) (1235) Zenbaki errealen multzoa

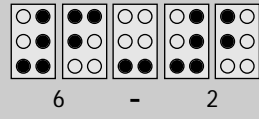
\mathbb{C} (456) (14) Zenbaki konplexuen multzoa

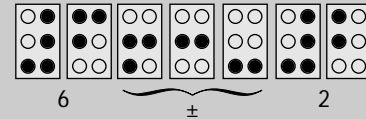


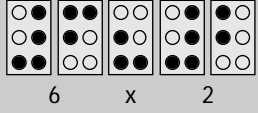
MATEMATIKA

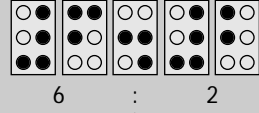
4. Eragiketak eta erlazioak

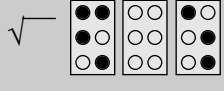

 $6 + 2$

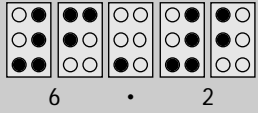

 $6 - 2$



 6 ± 2



 6×2



 $6 \div 2$



 $\sqrt{6}$



 $6 \cdot 2$



 $=$ berdina



 $<$ baino txikiagoa



 $>$ baino handiagoa



 \leq baino txikiagoa edo berdina

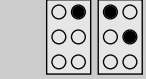

 \geq baino handiagoa edo berdina



 \equiv kongruentea



 \neq desberdina


 \geq° ez da handiagoa

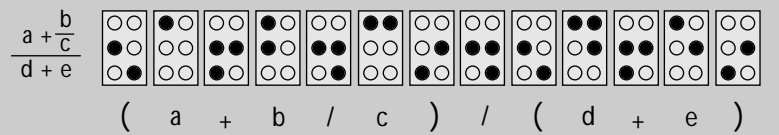

 \leq° ez da txikiagoa

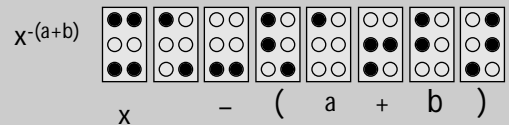

 $5 \mid 25$ 5en multiploa, 5

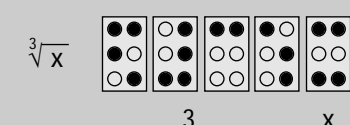

 $4 \mid 8$ 4ak 8a zatitzen du

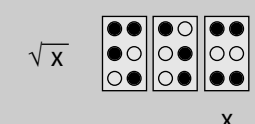

 $2 \alpha 8$ 2a 8aren zatitzaile lehena da

ditugun letra berberak, baina erliebean, irakurtzen zituztela. Barbierrin sisteman oinarrituz beste batzuk asmatu ziren, baina Louis Braillerena izan zen aurrea egin zuen bakarra. 1825. urtean sistemaren oinarria egin zegoen, baina probatu egin behar zen. 1827an "La Grammaire des Grammaires" lanaren zati batzuk idatzi ziren braillez. 1829an Noël eta Chapsal-en "La Grammaire" idatzi zen. Urte berean Braileren idazkera-metodoaren lehenengo azalpena agertu zen, aurreko sisteman idatzia, hots, gure letren erliebean: "Procédé pour écrire les paroles, la musique et la plain-chant au moyen de points, à l'usage des aveugles et dispo-


 $\frac{a + \frac{b}{c}}{d + e}$


 $x^{-(a+b)}$


 $\sqrt[3]{x}$


 \sqrt{x}

5. Zatikiak, potentziak eta erroak



6. Multzo-teoria eta logika

/		(6) (2) non ...	
∅		(456) (245) multzo hutsa	
U		(456) (136) unibertso multzoa	
C _A		A-ren osagarria	
u		(456) (345) Bildura	
h		(456) (156) Ebakidura	
∈		(126) (2) barne ∉	ez da barnekoa
c		(126) (3) parte hertsia da	
⊃		(6) (345) parte hertsia du	
Y		(126) (23) partekotasun orokorra	
⊇		(56) (345) partekotasun orokorra	
\		(5) (3) multzoen arteko kendura	
X		(46) (236) biderkadura cartesiarra	
~		(5) (26) (3) baliokidetasun-erlazioa	
∞		(3456) (1256) infinitua	
ℵ		(6) (1256) aleph.	
#A		A-ren kardinala	
A		(46) (3) bakoitzerako, zenbatzaile unibertsala	
m		(46) (26) existitzen da, zenbatzaile existentziala	

50. orrialdean du segida.

	0	4	5	6
I				
2				
3				

Braille sistemaren sorrera erakusten duen sarrera bikoitzeko taula.

Braille sistemak erabiltzen dituen puntuen zenbaketa klasikoa.

sés pour eux". Bertan letrekin batera zifrak eta ikur matematikoak eman zituen. Hurrengo zortzi urteetan Erakundeko ikasleekin saiakuntza ugari egin zen eta haien ondorioak 1937. urteko bere "Prozedura"ren bigarren argitalpenean agertu ziren, non alfabetoa, zifrak eta ortografi ikurrak finkatzen baitziren.

Bestetik, Braillek bere sisteman idazteko erregeleta bat eman zuen; bere idazkera bezala, Barbierren erregeletan oinarritzen zena.

Idazkeraren zabalpenari dagokionez, Frantzia 1854. urtean onartu zen ofizialki. Braille idatzitako lehenengo liburua, "Précis sur l'histoire de France divisée par siècle, accompagné de synchronismes relatifs à l'histoire générale placés à la fin de chaque règne", 1837. urtean egin zen. 1937ko

MATEMATIKA

“Prozedura”ren argitalpenean Aita Gurea sei hizkuntzatan idatzi zuen braille sistemaren bidez: latin, frantses, italiara, gaztelania, alemaniera eta ingelesez.

Herri desberdinetan braille sistemaren aldaketak egin ziren, bertako hizkuntzara egokitzearen. Suitza frankofonoan 1858an onartu zen. 1873. urtean Leipzigen “Itsuen Irakasleen I. Kongresua” ospatu zen, nahasketa handia izan zelarik. Austrian 1867an sartu zen Elkartean. II. Kongresua 1876an izan zen Dresden. Bertan 14 eskola alemanierara egokitutako braillearen alde azaldu ziren. Beste 11 eskola, aldiz, jatorrizko braillearen alde. 1878an

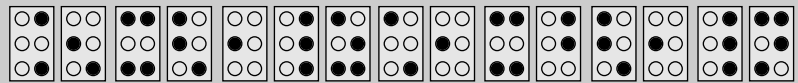
Itsutasuna ez da oztopo gaindiezina matematika, eta oro har edozein gai, ikasteko. Oztopo handiena ekonomikoa da. Izan ere, brailleko liburuak handiagoak izan behar dute eta idazkerak material berezia behar du.



49. orrialdetik dator.

○		(456) (25) tautologia
H		(56) (2) konjuntzioa, eta
G		(56) (3) disjuntzioa, edo
⌋		(6) (3) ukapen logikoa, ez
⇒		(25) (135) implikazioa
↔		(246) (25) (135) baldin eta soilik baldin

Adibidea: $m \in \mathbb{Z} / X \notin \mathbb{N}$



Parisen egin zen Kongresu Unibertsalaren ondorioetan jatorrizko braille sistemaren orokorpenaren alde azaldu ziren. Berlinen, 1879. urteko Itsuen Irakasleen III. Kongresuan, Alemaniak braille sistema osorik onartu zuen. Estatu Batuetan egoera nahasiagoa zen, eta 1917. urtera arte ez zen adostasunik izan. 1929an adituen batzorde bat bildu zen Parisen eta brailleko musika-idazkera onartu zuen.

Bestalde, gure grafia erabiltzen ez deneko herrietan braille alfabetoa bertako alfabetoetara egokitu ohi zaie. 1949. urtean UNESCOk braille alfabetoaren uniformizaziorako printzipioak ezarri zituen. 1950. urtean Indiako hizkuntzetarako eta 1951. urtean (Beiruten) hizkuntza arabiarretarako ere onartu ziren. Japoniera, txinera eta Afrikako hizkuntzetara oraindik egokitu gabe dago.

Azkenik, idazkera matematiko eta zientifikoaren batasuna 1929ko Vienako Kongresuan hasi zen. 1987. urtean, Montevideon,

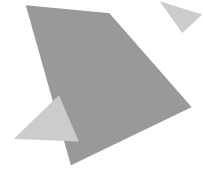
espainierazko braille inprenten bilkuran kode matematiko bateratua onartu zen.

Hori da, hain zuzen, hona ekarri dugun kodea. Jakina, hamaika ikur matematiko dago eta guztiak ez lirateke hemen sartuko. Hori dela eta, kodearen laburpena argitaratu dugu, zazpi ataletan sailkaturik, braille idazkera matematikoaren adibide gisa. Bestalde, braille sistema osoa aztertu nahi duenak ONCE erakundera jo dezake; han informazio osoa eskura bailezake.

Agerian geratu denez, itsutasuna ez da oztopo gaindiezina matematika, eta oro har edozein gai, ikasteko. Oztopo handiena ekonomikoa da. Izan ere, brailleko liburuak handiagoak izan behar dute eta idazkerak material berezia behar du.

Mila esker ONCE erakundeari.

* Euskal Herriko Unibertsitateko irakaslea.



7. Geometria

\overline{r}		(5) (25) (2) r	r zuzena		
\vec{z}		(25) (2) z	z bektorea		
\vec{AB}			AB bektorea		
\overline{AB}			AB zuzenkia		
\widehat{AB}			AB arkua		
$\angle ABC$			ABC angelua		
			angelu zuzena		
			triangelua		
			triangelu zuzena		
			zirkunferentzia		
			karratua		
5°		$7'$		$1''$	
	(hirurogeitarrak)				
rad.		radiana	H		biderkaketa bektoriala
\parallel		paraleloa	\oplus		batuketa zuzena
\perp		elkartzuta	\otimes		tentsore-biderkaketa
\cdot		+			bektoreen arteko batuketa
$-$		-			bektoreen arteko kenketa
$\vec{<x,y>}$					biderkaketa eskalarra

