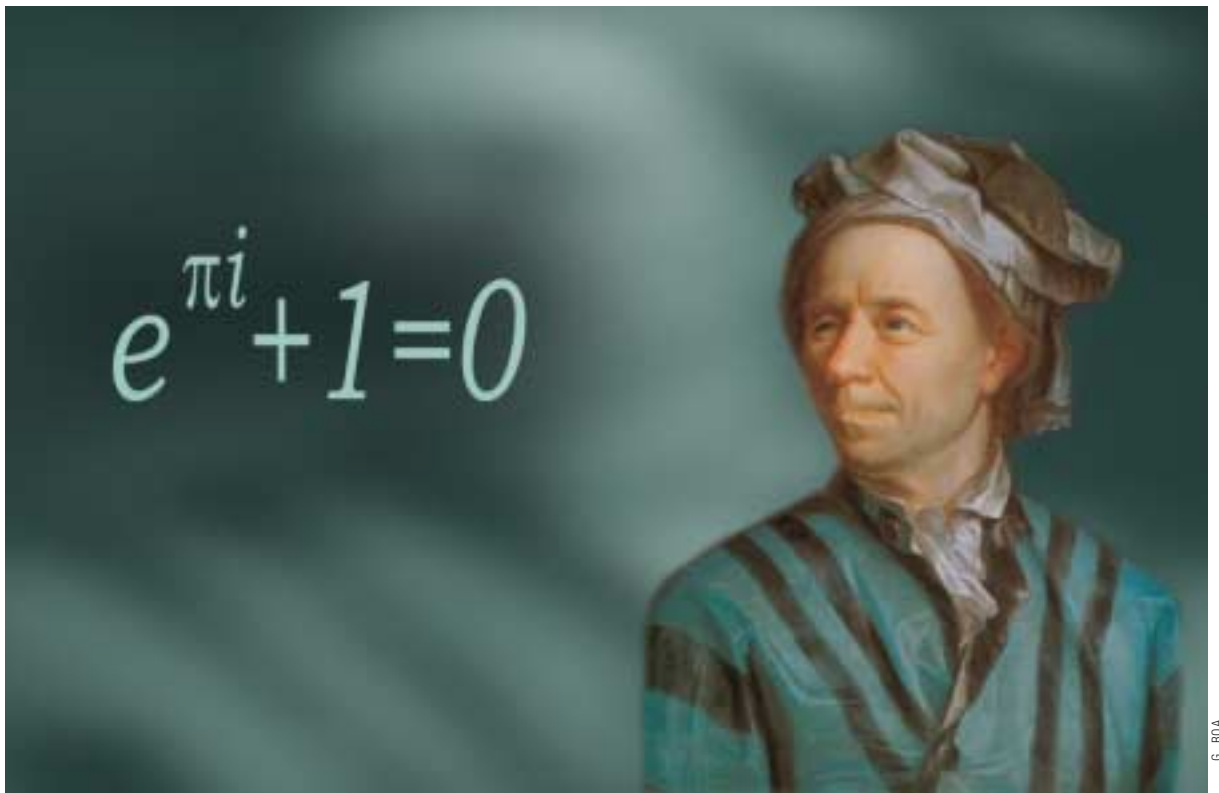


Leonhard Euler, 300 urte

Duoandikoetxea Zuazo, Javier

EHUko matematika irakaslea



G. ROA

Nor dira matematikaren historiako bost pertsonaiarik handienak? Adituei galdetu, eta baliteke adostasunik ez egotea ordenan, baina izen batzuk zerrenda guztietan agertuko dira. Horieta bat, zalantzarik gabe, Leonhard Euler da. Joan den apirilaren 15ean bete ziren 300 urte Euleren jaiotzatik, eta izan dira mundu zientifikoan eta haren jaioterrian zenbait ospakizun mendeurrena gogoratzeko. Hala ere, ez zenuten hedabideetan horren berri aurkituko. Musikarako Bach edo Beethoven izan zirenen neurrikoa izanda ere, oso ezezagun da Euler mundu zientifikotik at.

EULEREN BIZITZA LAU ALDITAN ETA HIRU LEKUTAN BANATZEN DA. Suitzako Basilean jaio zen 1707an, artzain protestante baten seme nagusia, eta alboko Riehen herrixkan hazi zen. Basilean zegoen Suitzako unibertsitaterik zaharrena, XV. mendean sortua, eta Basileakoak ziren Jakob eta Johann

Bernoulli anaiak, garaiko matematika-iririk handienetakoak. Johann unibertsitateko irakaslea zen Euler ikasle sartu zenean, oso gazterik, 13 urterekin. Hari esker, Eulerek zientziaren bidea hartu zuen, aitzak proposatzen zizkion ikasketa erlijiosoak alde batera utziz. 1726an amaitu zituen unibertsiti-

tateko ikasketak eta hurrengo urtean Errusiatik etorri zitzaion eskaintza: Pedro Handia tsarrak San Petersburgon sortu berri zuen Zientzia Akademian lan egiteko proposamena. Han zegoen Daniel Bernoulli, Johann semea eta Euleren lagun mina.

Suitzatik joan zen, ez itzultzeko. Errusian giro nahasia aurkitu zuen hasieran, Pedro tsarra eta Katalina tsarina hilda zeuden ordurako, eta 1730era arte ez zen benetan Akademian aritu. Handik aurrera geroz eta arduraren handiagoak hartu zituen, eta hurrengo urteetako lanaren arrakastak ospea ekarri zion Euleri. Berrito giro politikoa nahastu zenean, Berlingo Zientzia Akademiara aldatu zen.

Leibnizen ekimenez sortua, Berlingo Akademia desagertzeko zorian egon zen, harik eta Federiko II.ak biziberritzeko ahalegina egin arte. Erregeak kosta ahala kosta ekarri nahi zuen Euler Akademiara, bai eta lortu ere 1741ean. Urte oso emankorrak izan zituen Eulerek Berlingen, baina erregearekin zuen erlazioa okertu zenean, 25 urteko egonaldia amaitu eta San Petersburgora itzuli zen berriro.

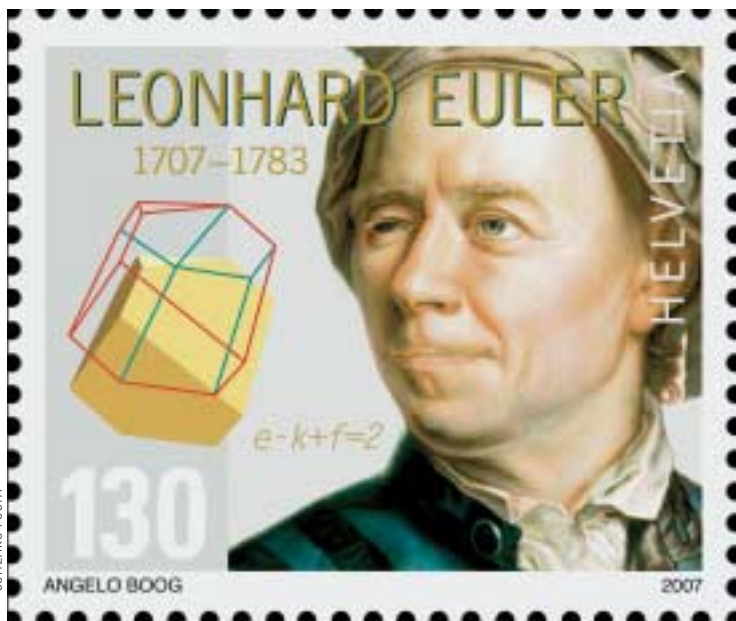
Etxera itzultzea bezala zen, Berlingen ere lotura estua mantendu baitzuen Errusiako Akademiarekin; adibidez, Berlingen idatzitako artikuluen ia erdiak San Petersburgoko aldizkarian atera ziren. Heldu eta hurrengo urtean begi on bakarra galdu zuen eta itsu gelditu zen. Ez zuen horregatik lan zientifikoa utzi, eta, bere kabuz idatzi ezin zuen

arren, laguntzaileak zituen berak esandakoa kopiatzeko. Agian horregatik, eta harrigarria badirudi ere, bizitzaren azken aldi horretan azkarrago produzitu zituen idazlanak. Lan egiteari utzi gabe, 1783an hil zen San Petersburgon. ➔

“itsu gelditu zen arren, bizitzako azken urteetan azkarrago produzitu zituen idazlanak”

Euler, zientziaren dibulgatzaile

1761ean eta 1762an, Anhalt-Dessau-ko printzesaren maisu izendatu zuten Euler. Eskutitzak idazten zizkion, bakoitzean gai bat azalduz. Eskutitz guztien bilduma liburu modura argitaratu zen zenbait urte geroago, San Petersburgon, *Alemaniko printzesa bati idatzitako eskutitzak, fisika eta filosofiako zenbait gairi buruz* izenarekin. Frantsesez daude eskutitzak, hura baitzen Prusiako gortean erabiltzen zen kultura-hizkuntza. Arrakasta handiko liburua izan zen, eta itzulpenak ere laster argitaratu ziren. Eulerek benetako dibulgatzaile-lana egin zuen, gai zientifiko eta filosofikoak aditu ez den norbaiti azaltzen ahaleginduz.



XX. mendean, urteurren bereziak ospatzearekin batera, seilu eta billeteetan gorazarre egin zaio Euleri. Goitik behera: aurtengo Suitzako seilua; heriotzaren bigarren mendeurrena: 1983ko Alemania Demokratikoko seilua eta Suitzako 10 frankoko biletea; jaiotzaren 250. urteurrena: 1957ko Sobiet Batasuneko, Suitzako eta Alemania Demokratikoko seiluak.

Euler eta akademiak

Ikasle-denbora pasatu eta gero, Euler ez zen inoiz unibertsitate batean egon. Baina horregatik, hain zuzen ere, egin ahal izan zuen egin zuen guztia. Artean unibertsitateak ez ziren benetakako ikerketa-zentroak, eta jakintza sortzeko lana akademiek eta elkarte zientifikoek hartu zuten. Lehenak XVII. mendean jaio ziren, eta asko ugalduta ziren Ilustrazioaren garaian (Euskal Herrian ere orduan sortu zen *Real Sociedad Bascongada de Amigos del País*).

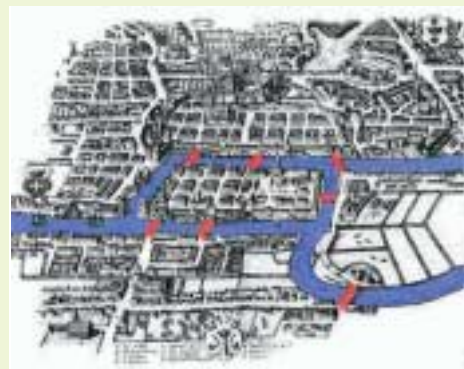
Erakunde horiek guztiak ez ziren berdinak, ez garrantzian, ez helburuetan, ez finantziatzen. Batzuek, Euler hartu zuten Akademia bien erara, erregeen babesarekin eta diruarekin. Ohore handia zen Akademiarentzat —eta haren babeslearentzat— zientzialari ospetsuak hantzean. Hori lortzeko, soldada eta bizi-baldintza onak eskaintzen zizkien eta, gehienetan, nahi zuten lana egiteko askatasuna. Arerioak ere ez ziren falta gorteetan, Akademia mantentzea dirua alferreko ekintzetan gastatzea zelakoan. Noizean behin, hala ere, enkarguzko lan praktikoetan aritzen ziren akademiakoak. Euleren obran, matematika edo



Riehenen dagoen plaka bat; Euler han bizi izan zen txikitan; aitaren parrokiaren zegoen.

Königsbergeko zubiak

Königsberg, Kant jaio eta bizi zen hiria, Errusiako Kaliningrad da gaur egun. Pregel ibaiak zeharkatzen du, eta uharte bi ditu. Euler eta Kantaren garaian zazpi zubi zeuden, irudiak erakusten duen moduan kokatuta. Badi-rudi biztanleen artean proposamen bat zebilela: hasi eta bukatu nahi duzun lekuan, baina egizu ibilbide bat zubi guztietatik behin eta behin bakarrik pasatuz. Saiatu eta ezin, Eulerengana ere heldu zen galdera. Eta erantzuna aurkitu zuen: ezinezkoa da. Arrazoi matematiko erraz bat eman zuten, eta gaur egungo grafoen teoriako aitzindari bihurtu zen harekin. Jakingo zenuke, irakurle, arrazoi bat ematen?



ST. ANDREWS UNIBERTSITATEA

“Euleren ekarpenak aitortuz, haren izena hainbat kontzeptu eta objektutan agertzen da”

mekanikaz gain, artilleria, nabigazioa, alargunen pentsioak eta beste aurki ditzakegu.

XIX. mendean, Frantziako Iraultza eta gero, aldaketa handiak etorri ziren irakaskuntza-sisteman. Hortik aurrera, zientzialari eta ikertzaileak unibertsitateetan aritu ziren gehienbat, eta bizirik iraun zuten elkarte zientifikoaren eginkizuna aldatu egin zen. Akademiako kide izatea ohorea zen, baina soldada beste nonbaitetik jasotzen zen. Indar eta eragin handia mantendu zuten Akademien artean dugu Errusiako Zientzia Akademia (garai batez Sobiet Batasuneko), San Petersburgokoaren oinarria, punta-puntako zientzialarien topaleku. Eulerrek ezarritako oinarrietan dago, ziur aski, matematikari errusiarren arrakasta, ez beti ezaguna.

Euleren ekarpenak

XVIII. mendeko zientziaren sailkapena ez zen gaur egungoa. Parisko Akademiak, adibidez, matematika izenpean zituen geometria, astronomia eta mekanika, eta fisikaren atalean anatomia eta natura-zientziak. Bistan denez, gaur fisika deitzen duguna matematikarekin batera zegoen. Euler matematikari osoa izan zen, bere garaiko zentzuan, matematika hutseko lanen alboan mekanika, hidrodinamika, astronomia, optika eta abar aurkitzen baititugu.

Euleren ekarpenak aitortuz, haren izena hainbat kontzeptu eta objektutan agertzen da: *Euleren formula* (analisi konplexuan), *Euleren zenbakiak eta polinomioak*, *Euleren karakteristika*, *Euleren konstantea*, *koordinatu eulertarrak*, *grafo eulertarrak*, *Euleren eta Euler-Lagrangearen ekuazioak*, *Euleren angeluak*, *Euler-Maclaurinen formula* eta beste batzuk.

Euler hil zenean, Newton eta Leibnizen kalkulu infinitesimalak ehun urte zituen, eta izugarriko garapen-maila. Hain handia, non tradiziozko geometria eta aljebra izeneko atalen alboan beste bat sortu baitzen: analisi matematikoa. Garrantzitsuena bihurtu zen, gainera, eta horren arduradun nagusia Euler izan zen. XIX. mendean, Arago

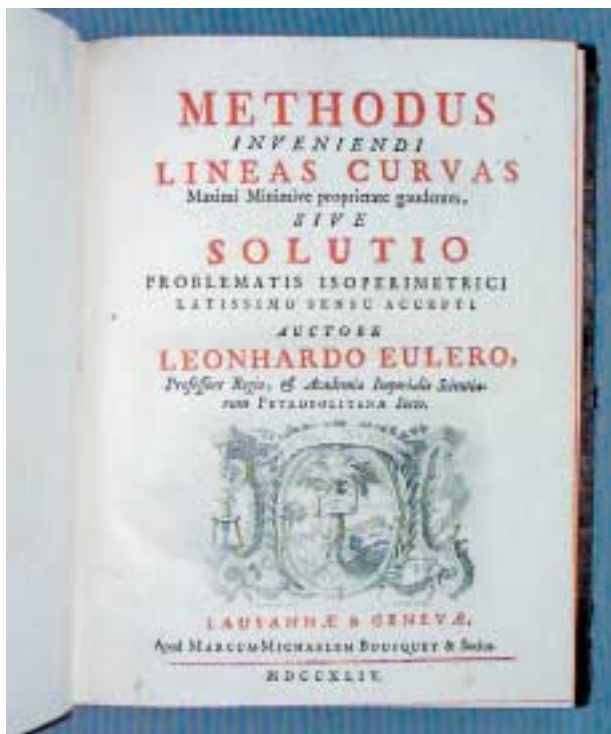
frantsesak hau esan zuen Euleri buruz: “dei geniezaioke, ia metaforarik gabe eta egiazki hiperboleric gabe, analisi haragiztatua”.

Analisiaren garapenak erabat aldatu zuen matematikaren eskaintza. Tresna ahaltsua zen fenomeno fisikoen azterketarako. Horiek ekuazio diferentzialen bidez adierazi eta ekuazioa ebartziz, fenomenoaren deskribapena edo eboluzioa eman zitekeen. Programa horren atal guztietan aurkitzen dugu Euler, bai kalkuluaren kontzeptu eta metodoak asmatuz, bai aplikatuz. Baina, are gehiago: inoiz irakasle izan gabe, kalkulua lantzeko idatzi zituen liburu erdugarriak testuliburutzat erabili ziren urte askoan.

Euleren lana hain zen zabala eta askotarikoa, non ezinezkoa den lerro gutxitan laburbiltzea. Aipa dezagun, adibidez, zenbakien teoria edo goi-mailako aritmetikaren sorrera ere zor diogula. Aurreko mendeko Pierre de Fermaten iruzkinak eta frogarik gabeko emaitzak ikertu ondoren, Eulerrek zehaztu, hedatu eta egituratu egin zituen, eta matematikaren barruan toki propioa eman zien.

Euler idazle

“Irakur ezazue Euler, hura baita gu guztion maisua” esan omen zuen Laplacek. Esaldi horrek erakusten du



Bizi zen artean 530 lan argitaratu zituen, hogeitik gora liburu mardul barne. Argazkiko liburua (1744) aldakuntza-kalkuluaren sorreratzat hartzen da.

CARNEGIE MELLON UNIBERTSITATEA/POSNER BILDUMA

Euler maisutzat zutela haren ondotik etorri ziren matematikariek. Eta Eulerrek eman zien zer irakurri, bere ondare

zientifiko guztia uzteko matematikan egon den autorerik oparoena bihurtu baitzen.

“Euler maisutzat zuten haren ondotik etorri ziren matematikariek; egon den matematikaririk oparoena izan da”

Bizi zen artean 530 lan argitaratu zituen, hogeitik gora liburu mardul barne. Hil zenean, beste 240 artikulua gelditu ziren zain San Petersburgoko Akademian; azkena 1826an agertu zen. Eta gehiago, 1844an hainbat testu ezezagun aurkitu baitziren bizi izan zen etxean. Duela ehun urte katalogo oso bat egin zuten, eta 866 laneko zerrenda bat atera, eskutitzak kanpo utzita. Aipatzekoak dira erabili zituen hizkuntzak ere: latina, frantsesa, errusiera eta alemana.

Izan ziren XIX. mendean Euleren lan guztiak argitaratzeko asmoak, baina ez zuten aurrera egin. Duela ehun urte, 1907an, Euleren jaiotzaren bigarren mendeurrena zela eta, Suitzako Zientzia Akademiak batzorde berezi bat eratu zuen, *Euler batzordea*, haren lan guztien bilduma argitaratzeko asmoz. Gorabehera askoren artean, ehun urte geroago lana bukatzeaz dago. Euleren obrek eta adituen iruzkinak 72 liburuki beteko dituzte. Azken biak baino ez dira falta, eta badirudi datorren urterako prest egongo direla. ■

Poliedroak eta Euleren formula

Futbol-baloiak pentagonoz eta hexagonoz egitea ohikoa da, edo zen behintzat. Hamabi pentagono eta hogeit hamar hexagono behar dira baloi baterako. Zenbatu erpinak, ertzak eta aurpegiak: 60 erpin, 90 ertz eta 32 aurpegi daude. Egin orain eragiketa hau: erpinak – ertzak + aurpegiak. Emaitza 2 da. Baina ez da kasualitatea. Har ezazu edozein esfera; puxika bat, adibidez. Marraztu haren gainean nahi duzun poliedroa, hau da, poligonoz eginiko irudia —eta ez larritu poligonok lauak ez badira—. Erpin-kopuruari ertzena kenduz eta aurpegiaren gehituz beti lortuko duzu 2.

Eulerrek frogatu zuen hori —kontua aurretik zeterren, hala ere—. Baina baloiaren ordez pneumatiko bat erabiltzen baduzu, ez duzu 2 lortuko, 0 baizik. Gainazal itxi bakoitzak duen ezaugarri horri *Euleren karakteristika* deritzen.

