

ULTRAHEROI AHAZTUA EDO JENDEAK BA OTE DAKI NOR DEN MOMENTU LINEALA?

JON AZKARGORTA ARETXABALA
Fisikan doktorea, Bilboko Ingeniaritza Goi Eskolako
irakasle eta ikertzailea



ARG.: KENNY KIERNAN/DOLLAR PHOTO CLUB

Badira magnitude fisiko batzuk, oso ezagunak: abiadura, indarra, potentzia, lana, energia... oso ospetsuak dira, eta, zientzialariek ez ezik, beste edonork ere ezagutzen ditu.

Abiadura? Bai, noski; desplazamenduen bizkortasuna adierazten du, metro zati segundotan, edo orduko kilometrotan, automobilen mugimenduak neurtzeko (eta isunak jartzeko), eta abar...

Indarra! Nork ez du ezagutzen indarra? Harri-jasotzaileek izugarria daukate, arraunlariek ere jo eta ke jarduten dute... indar-unitateak Newton ospetsuaren deitura dau-

ka, nahiz eta unitate simple batzuen konbinazioa den: $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$.

Potentzia! Ohoretsua... Tresna eta aparatuek balioesteko erabiltzen dugun magnitude sakratua! Automobilerik ahalik eta handiena behar dute, etxeko aparatuek ere bai... Watta da unitatea ($\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^3$) eta zaldi-potentzia unitate baliokidea...

Lana edo energia. Hori ere nahiko entzutsua da. Pixka bat nahasgarria suertatzen da batzuetan, energia-mota asko dagoelako: potentziala, zinetikoa...; energia-mota guztiek unitate bera dute, beste deitura ohargarri bat: joulea ($\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$).

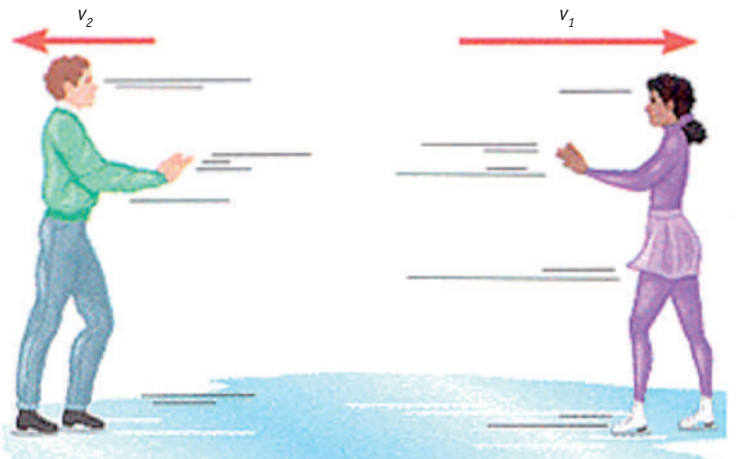
Magnitude ospetsu horiek baino pixka bat ezkutuago, bada beste magnitude fisiko bat, aipatutako horiek baino ezezagunagoa; ez da ospetsua... ia inork ez du aipatzen. Beti ezkutuko lanetan aritzen omen da. Beti ilunpean, eta inor ez da hartaz jabetzen. Dena den, oso garrantzi handiko magnitude fisikoa da. Ia beste guztiak baino garrantzitsuegia. Merezki du norbaitek aipatzea eta adeitasunez tratatzea.

Garai batean, *higidura-kantitate* deitzen zitzaion, baina, gaur egun, beste izen bat gailendu da: *momentu lineala* edo \vec{P} . Gorputzen masa eta abiadura biderkatzen ditu: $M\cdot\vec{V}$.

Hasieran



Ondoren



1. irudia. Elkarri bultzta egiten dioten bi patinatzailek abiadura desberdinetan egingo dute atzera, baina sistema osoaren momentu lineala ez da aldatuko.

ITURRIA: [HTTP://WWW.CHEGG.COM](http://www.CHEGG.COM).



Bektorea da, alegia, norabidea ere badu, abiaduraren norabide bera. *Momentu linealaren* unitateak (kg·m/s) ere ez du inoiz merezi izan, nonbait, fisikari ospetsuren baten deiturarik, ez baitu ez izen laburrik ez ezizenik, oraingoz behintzat.

Bada, hala ere, *momentu linealak* gorputzen arteko elkarrekintzak gobermatzen ditu. Gorputzen arteko elkarrekintzetako jaun eta jabe da. Jainkoa esango nuke nik. Nahiz eta gorputza joan, etorri, talka egin, zatitu, lehertu, itsatsi, edo nolanhiko elkarrekintza izan, *momentu linealak* iraun egiten du: $\vec{P} = kte$. Ez da nolanhik aldatzen. Eutsi egiten dio balioari. Berdin balio du, baldin eta parte hartzen duten gorputz guztien multzo isolatu osoa kontuan hartzen badugu (horren zergatia Newtonen akzio-erreakzioaren legean datza; horren arabera, gorputz batek beste bati indarra eragiten badio, besteak ere balio bereko indarra eragiten dio lehenari, baina aurkako noranzkoan: BETI).

Kontuan izan ezazu ezen, edonolako gorputz batek beste gorputz bat erakartzen edo aldaratzen duenean (bien artean gertatzen dena gertatzen dela ere), ez dutela lortzen *momentu lineal* totala aldatzea. Adibidez:

Demagun patinatzaile bi elkarren ondoan daudela, geldi, eta, halako batean, bultzatzen diotela elkarri (berdin dio batak bestea bultzatzen duen, edo alderantziz, edo biek elkarri bultzatzen dioten) (Ikus 1. irudia).

Idatz dezagun *momentu linealaren* balioa, masen eta abiaduren biderkadura:

Hasieran (bultzada baino lehen),

$$P_{has} = m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot 0 = 0$$

nulua da, bi patinatzaileak geldi daudelako. Ondoren,

$$P_{ond} = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$$

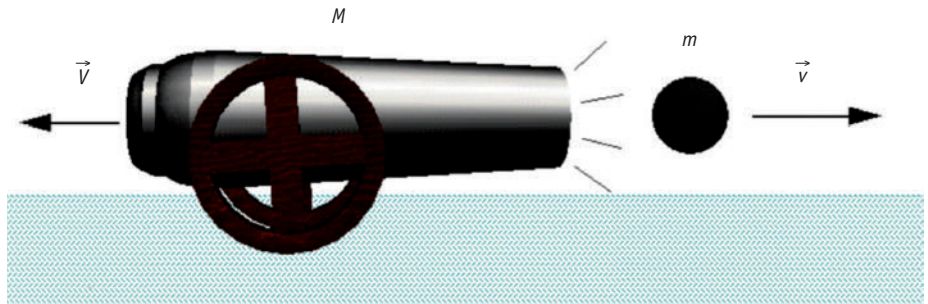
Momentu lineala ez da aldatzen; beraz,

$$P_{has} = P_{ond} \quad \text{edota} \quad 0 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2;$$

Matematika elemental pixka batekin, honako adierazpen hau idatz daiteke:

$$\frac{v_2}{v_1} = -\frac{m_1}{m_2}$$

Adibidez, bi patinatzaileek masa bera badute ($m_1 = m_2$) eta bietako batek, bultzadaren ondorioz, 1 m/s-ko abiadura hartzen badu,



2. irudia. Kanoi batek tiro egiten duenean, kanoiak atzeraka duen abiadura hori saihestezina da, *momentu linealak* hala ezartzen duelako. ITURRIA: [HTTP://ZEBU.UOREGON.EDU](http://ZEBU.UOREGON.EDU).



3. irudia. Demagun bi autok elkarrekin talka egiten dutela eta itsatsita geratzen direla. Nola jakin norantz mugituko diren talkaren ondoren? ARG.: TOYOTA.

besteak -1 m/s-ko abiadura (balio bera baina aurkako noranzkoan) lortuko du. Edo batak 5 m/s-ko abiadura hartzen badu, besteak -5 m/s-ko abiadura. Halaber, patinatzaile batek masaren erdia badu ($m_1/m_2 = 0,5$), bi aldiz abiadura handiagoa atzemango du: $v_1/v_2 = 2$. Beti arinena (masa gutxien duena) bizkorrago. Masen proportzioaren arabera, justu alderantzizko proportzioa izango dute abiadurak.

Esaterako, eskopeta batek edo kanoi batek tiro egiten duenean (ikus 2. irudia), masen erlazioa $M/m = 100$ bada eta jakina bada balaren abiadura $v = 100$ m/s dela, kanoiak abiadura hau izango du atzeraka: $V = 1$ m/s.

Kanoiak atzeraka duen abiadura hori saihestezina da, *momentu linealak* hala ezartzen duelako, alegia, Newtonen akzio-erreakzioaren legeak; guk zerbait jaurtitzen dugunean ere, atzeraka bultzatuko gaitu jaurtigiak.

Ildo beretik, demagun bi autok elkarrekin talka egiten dutela eta itsatsita geratzen direla. Nola jakin norantz mugituko diren talkaren ondoren? (Ikus 3. irudia). Bada, berriz ere, *momentu linealaren* kontserbazioa aplikatuz:

$$P_{lehen} = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \quad P_{ondoren} = m_1 \cdot V + m_2 \cdot V;$$

Itsatsita geratzen badira, abiadura bera izango dute biek (V).

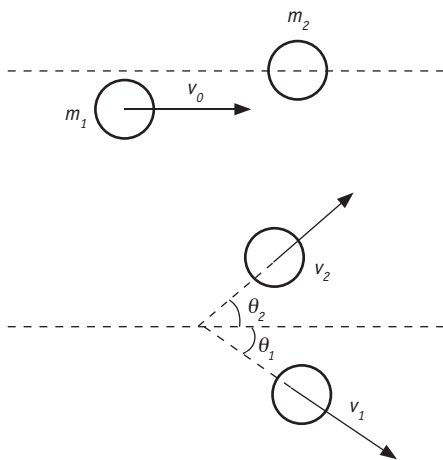
$P_{lehen} = P_{ondoren}$ idatzi, eta hortik kalkulatu daiteke talkaren ondorengo V abiadura:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot V; \quad V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Geldi ere gera daitezke baldintza zehatz batzuetan: masa bera eta balio bereko abiadurak (kontrako noranzkokoak), edo masa bikoitza eta abiaduraren erdia...; hainbat konbinazio egin daitezke talkaren aurreko baldintzekin.

Are gehiago, *momentu linealak* bektore-izaera duenez, billar-bolen arteko talkak ere gobernatzen ditu [1] (ikus 4. irudia). Bektore-izaera hori aztertzeko, bi norabide hartu behar dira konbentzios (x eta y), eta *momentu linealaren* bi proiektzioak aztertu, bakoitza bere aldetik. \vec{P} konstante izateak esan nahi du bi proiektzioek konstanteak izan behar dutela aldi berean:

$$P_x = kte. \text{ eta } P_y = kte.$$



x:	$m_1 \cdot v_0 = m_1 \cdot v_1 \cdot \cos \theta_1 + m_2 \cdot v_2 \cdot \cos \theta_2$
y:	$0 = -m_1 \cdot v_1 \cdot \sin \theta_1 + m_2 \cdot v_2 \cdot \sin \theta_2$



4. irudia. *Momentu linealak* bektore-izaera duenez, billar-bolen arteko talkak ere gobernatzen ditu. ARG.: DANIELLE BONARDELLE/DOLLARPHOTOCLUB.



5. irudia. Bi gorputz baino gehiago ere egon daitezke elkarrekintzan, eta orduan ere *momentu lineal totala* kontserbatzen da; esate baterako, su artifizialean. ARG.: BENJAMIN SIMENETA/DOLLAR PHOTO CLUB.

Patinatzaile, kanoi-bala, auto, zein billar-bolen kasuetan, bi gorputzek soilik hartu dute parte elkarrekintzan, baina gorputz gehiago ere izan daitezke, eta orduan ere *momentu lineal totala* kontserbatzen da; esate baterako, su artifizialean. Lehertzen den aldiunean, lehergailua geldin badago, orduan, leherketaren ondoren ere, zati guztien *momentu linealen* baturak zero eman behar du, 5. irudiak erakusten duen bezala (leherketa simetrikoak). Aldiz, lehergailua mugitzen ari bazen leherketaren aldiunean, leherketaren ondoren ere *momentu lineal* ho-

rixe bera izan behar dute zatitxo guztien artean, eta ez da leherketa simetrikoa ateratzen, baizik eta aurretik zeraman norabidearen ingurukoa.

Momentu linealaren ahalmena fisikaren esparru guztietara iristen da, maila mikroskopikotik maila astronomikoraino. Asteroideen eta planeten arteko talka edo leherketatik, atomoen artekoetaraino. Adibidez, atomoen egitura ulertzeko eta azaltzeko ahaleginean, Ernest Rutherfordek atomoen nukleoa deskubritu zuen 1911. urtean, “*momentu linealaren* kontserbazioari” esker.

Hala, Rutherfordek *alfa* izpiak aurkitu zituen elementu erradiaktiboek igorritako erradiazioan (karga elektriko positiboa eta oso energia handia duten izpiak; gerora, helio-nukleoak direla deskubritu zuen, alegia bi protoi eta bi neutroi elkartuta), eta, alfa partikula horiek hobeto ezagutzeko, bururatu zitzaion alfa izpien sorta bat urrezko paper fin baten kontra jaurtitzea. Halaxe agindu zien bere bi ikasle gazteri: Hans Geiger eta Ernest Marsden. Espero zuten izpi indartsu hark urrezko paper fin hura alderik alde zeharkatuko zuela, nahiz eta, agian, pixka bat desbideratuko zen. Emaizta harrigarria izan zen. Ia alfa partikula gehien ibilbidea zuzena izan zen, espero zen bezala; baina haietako gutxi batzuk izugarri desbideratu ziren, eta beste batzuek baita atzeraka errebota ere! Harritzekoa! “Kanoikada bat jaurti paperezko geruza fin baten kontra, eta kanoi-balak errebota!!” [2].



Rutherfordek emandako azalpen teori-ko eta billar-bolen adibidea oso antzekoak dira, *momentu linealaren kontserbazioa* aplikatuz, eta guztiz bat dator esperimantu horren emaitzekin (ikus beheko koadroa).

Ikerketa horren ondorioek iraultza ekarri zuten atomoaren egiturara: atomoek erdigune txiki bat izan behar dute, *nukleoa* (10^{-14} m inguru). Nukleo horrek karga elektriko positiboa eta atomoaren ia masa osoa izan behar du, eta, haren inguruan, espazio osoa ia hutsik utzita, elektroiek egon behar dute [3]. *Momentu linealaren kontserbazioa* aplikatu izan ez balu, ezin izango zukeen horrelako ondorioak ateratu.

Atomoaren nukleoaren aurkikuntza garantzitsu hori ez ezik, beste aurkikuntza asko ere ekarri ditu *momentu linealaren kontserbazioa*ok.

Rutherfordek berak, 1920an, *neutroia* postulatu zuen desintegrazio erradiaktiboetan sortzen diren produktuen masak eta abiadurak bilduz; baina ez zuen neutroia aurkitu, karga elektrikorik ez duenez, zaila baita neutroien arrastoa aurkitzea. Hamabi urte geroago, 1932an, J. Chadwick fisikari ingelesak esperimentalki aurkitu zituen neutroioak. Betiere desintegrazioari dagozkion kalkuluetan, *momentu lineala* kontuan hartzen da, patinatzaileen adibidean bezalaxe [4].

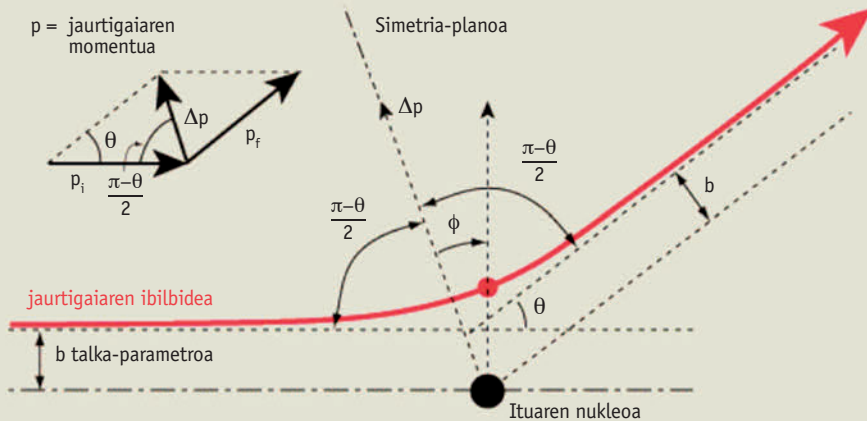
1923an, A. Compton estatubatuarrek frogatu zuen ezen, materia-partikulek ez ezik, erradiazio elektromagnetikoak ere *momentu lineala* daukala, eta azken urte haietan sortutako *fotioen* eredu korpuskularra indartzeko balio izan zuen. Compton-efektuaren frogapen teorioak ere *momentu linealaren kontserbazioa* erabiltzen du, billar-bolen antzera [5].

Wolfgang Paulik ere *momentu linealaren kontserbazioa* erabili zuen, 1930ean, *neutrino* izeneko partikula postulatuzko. Eta 1956an, C. Cowan-ek eta F. Reines-ek aurkitu zuten [6].

Artikulu honen hasieran, magnitude fisiko ospetsuenen zerrenda aipatu dut (abiadura, indarra, potentzia...). Ez nieke garrantzirik kendu nahi, baina, nire ustez, zerrenda ospetsu horren goiko aldean, beste magnitude bat ere sartu beharko genuke: *momentu lineala*. Magnitude hori ez da behar bezain ezaguna (*ultraheroi* ahaztua) eta, geroago ikusi dugunaren arabera, leku bat behar luke magnitude fisiko ospetsuenen artean. ●

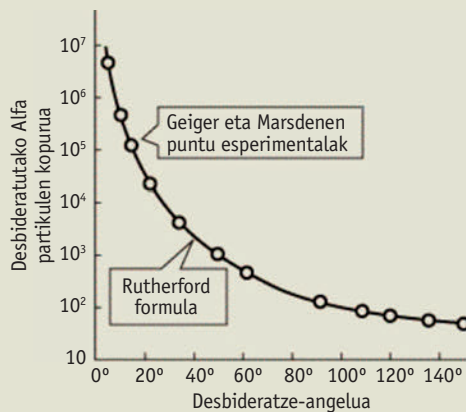
Rutherfordek garatutako formula eta azalpena

Azpian, ezkerrean, adierazpen matematiko bat ikus daiteke; $N(\theta)$, alegia, dispersatutako alfa partikulen kopurua dispersio-angeluaren funtzioan. Formula hori garatzeko, goiko eskema irudikatu behar da, *momentu linealaren kontserbazioa* aplikatu, eta beste bi parametro ere kontuan hartu behar dira: ituaren atomo-kopurua bolumen unitateko eta ituaren lodiera. Azpian, eskuineko grafikoak puntu zuriak (datu esperimentalak) eta lerro beltza (formula teori-koa) erakusten ditu.



$$N(\theta) = \frac{N_n L Z^2 k^2 e^4}{4r^2 K E^2 \sin^4(\theta/2)}$$

- N_i = alfa partikula erasotzaileen kopurua
- n = atomo-kop. bolumen unitateko, ituan
- L = Ituaren lodiera
- Z = Ituaren zenbaki atomikoa
- e = elektroien karga
- k = Coulomben konstantea
- r = Itua-detektorea distantzia
- KE = α partik. energia zinetikoa
- θ = Desbideratze-angelua



BIBLIOGRAFIA

- [1] <http://www.real-world-physics-problems.com/physics-of-billiards.html>
- [2] KUMAR, M.: "Quantum. Einstein, Bohr eta errealtatearen izaeraren inguruko eztabaida handia", 3. kapitulu. *Elhuyar*, 2011.
- [3] [http://eu.wikipedia.org/wiki/Rutherforden_eredu_atomikoa].
- [4] <http://eu.wikipedia.org/wiki/Neutroi>
- [5] http://eu.wikipedia.org/wiki/Compton_efektua
- [6] <http://eu.wikipedia.org/wiki/Neutrino>