

# David Hilbert (1862-1943): Königsberg-etik Göttingen-era

J. Duoandikoetxea



**D**uela 50 urte, Bigarren Mundu Gerrako bataila gogorak gertatzen ari ziren bitartean, Alemaniako Göttingen hirian hil zen, 81 urterekin, David Hilbert matematikaria. Henri Poincaré frantsesarekin batera, azken "matematikari unibertsal" kontsideratu dute; Matematikaren alor guztiak ezagutu eta landu baitzituen. Askoren ustez, XX. mendeko Matematikaren garapenean ez du beste inork horrenbesteko eraginik izan.

## Königsberg

**A**lferrik arituko zarete gaur egungo atlasetan Königsberg hiriaren bila. Postdam-go akordioen ondorioz Ekialdeko Prussiako hiri hau Errusiar Errepublikaren esku gelditu zen eta jatorrizko populazio germaniarra ordezkatu ondoren Kaliningrad izen berria ipini zioten. Gaur egun Polonia eta Lituaniaren artean errusiarrek Baltiko itsasora irteteko duten lur-sail txiki batean aurkituko duzue Kaliningrad.

Garai hobeak bizi izan zituen Königsberg-ek aurreko mendeetan. Bertan jaio, bizi eta hil zen eman duen semerik ospetsuena: Immanuel Kant filosofo handia (1724-1804). 1740.ean hiriko Unibertsitatera sartu zen, urte batzuk geroago bertako irakasle bilakatu zelarrik. Königsbergen jaio zen Johann Müller (1436-1476) ere, sorterriaren izena latinizatuz Regiomontanus izen goitia erabili zuen astronomo eta matematikaria. Matematikan problema kurioso batek eman zion ospea hiriari:

Königsberg-eko zubienak, alegia. Pregel ibaiaren gainean XVIII. mendean zazpi zubi zeuden, alde biak eta irlatxo bi elkartuz. Paseoan joanda zubi guztietatik behin eta behin bakarrik igarotzea posible ote zen galderari, Euler matematikari ospetsuak eman zion ezezko erantzuna, grafoen teoria deitzen dugun alorreko lehen problema ebartziz.

Hiri hartan jaio zen David Hilbert 1862.eko urtarrilaren 23an. Aita, Otto, epailea zen; ama, Maria, etxeakoandrea, baina Filosofia eta Astronomiaz interesatua. Sei urte geroago alaba bat jaio zitzairen. Lehen ikasketak Königsberg-en bertan egin zituen; eskola pribatuan gehienak (eta ez oso gustora dirudenez) eta publikoan Unibertsitate aurreko azkera.

J. Duoandikoetxea



Carl Friedrich Gauss eta Wilhelm Weber-en omenez Göttingeneko dagoen monumentua.

18 urte zituenean Unibertsitatera sartu zen. Königsbergeko Unibertsitatean 1544.ean sortutako "Collegium Albertinum" zelakoaren ondorengoa zen eta Matematika Sailean Jacobi ospetsua izan zen irakasle XIX. mendearen erdialdera. Hilberten gaztaroan Matematikan goi-mailako postuko (katedraduna nolabait) irakasle bakarra zegoen: Heinrich Weber. Hura joan zenean Ferdinand Lindemann etorri zen. Lindemann ospetsu egin zen  $\pi$  zenbakia traszendentia dela frogatu zuelako (hots, ez da koefiziente osoak dituen polinomio baten erroa), bide batez grekoek nahi zuten zirkuluaren koadratura ezinezkoa zela erakutsi zuelarik. Hone-taz aparte ez du, hala ere, garrantzi handirik Matematikan Lindemannek. Laster irakasle gazte bat heldu zen Königsbergera eta berau izen zen Hilberten maisu nagusia. Adolf Hurwitz zuen izena.

Gazteagoa izan arren, Hilberten kurtsu berekoa zen Hermann Minkowski ere. Errusiako tsarregandik ihesi Königsbergen instalatu zen familia judutar baten hirugarren semea zenak, oso gazterik erakutsi zuen Matematikarako zaletasuna eta trebezia eta 17 urte baino ez zituenean Frantziako Zientzi Akademiak urtero deitzen zuen lehiaketara lan bat aurkeztu eta lehen postua eskuratu zuen (Henry Smith ingelesarekin batera). Hilbert, Minkowski eta Hurwitzen artean sortu zen adiskidetasunak urte askotan iraun zuen eta eragin handikoa izan zen beren heziketa matematikoan. Arratsaldero Königsbergen ibilaldi bat egiten zuten elkarrekin.

Alemaniko Unibertsitateetan irakasleek nahi zituzten kurtsuak proposatu eta ikasleek gogokoenak hartzen zituzten lau urteko epean. Ez zen gaika azterketarik egiten eta lau-garren urtearen amaierako proba baka-rraren ondoren lortzen zen titulua. Ohizkoa zen gainera lau urteetako denboraldi bat beste Unibertsitate batean edo batzuetan igarotzea. Hilbertek lehenaren erdia besterik ez zuen egin Königsbergetik kanpo, Heidelberg-en alegia, besteak beste Fuchs-en ikastaroa entzunez. Lau urteren buruan ikastaldiak bukatu eta Doktorego-hitzaldirako gai bila hasi zuen. Lindemannek aldaezin algebraikoen gaia proposatu zion eta lan ederra burutu zuen, 1885.eko otsailean doktore bilakatu zelarik. Soldaduskara dei egin ez ziotenez, bidaia bat egitea erabaki zuen, eta Hurwitzen aholkuari jarraituz Klein bisitatzera joan zen.

## Klein

**F**

elix Klein 1849.ean jaio zen eta 23 urterekin Erlangen-go Unibertsitateko katedradun izendatu zuten. Bertako sarrera-hitzaldia "Erlangengo programa" izenez ezagutzen da eta klasiko bilakatu da Geometrian. Urte batzuk geroago bost urte gazteago zen Poincaré frantsesarekin lehiatu zen problema bat ebazti nahian eta irabaztea lortu arren osasun-arazoak pairatu zituen eta horien ondorioz ez zuen beste krea-zio-lanik eskaini. Eragin handia izan zuen hala ere bere bizitza guztian eta Hilbertek Leipzig-en bisitatu zuen Klein; Erlangendik hara joana baitzen. Hilabete batzuk



Felix Klein. Poincaré frantsesarekin lehiatu zen problema bat ebazti nahian eta irabaztea lortu arren

osasun-arazoak pairatu zituen eta horien ondorioz ez zuen beste krea-zio-lanik eskaini.

Kleinekin egin eta gero, honek Parisera joan zedila aholkatu zion eta han aurkitu zituen Hilbertek Frantziako matematikari handiak (Poincaré ere bai noski). Hala ere, 64 urteko Hermite-rekin izan zituen Hilbertek solasaldirik gogokoenak, aldaezinen teoriak gehienbat, non "Gordan-en problema" izenez ezagutzen zena ebazteke baitzegoen. Pariseko

egonaldiaren berri zehatzak ematen zizkion Kleini eskutitzez.

Königsbergerako bidean Göttingen-en gelditu zen Klein bisitatzera (Leipzig ere utzia zuen ordurako) eta Berlinen Kronecker-ekin egotearen. Etxera itzulita, habilitazio-lanari ekin zion gogor eta 1886.eko uztailean lortu zuen hori. Horrenbestez, Unibertsitatean irakasle izateko lehen pausoa ematen zen (privatdozent izeneko maila): ikastaroak proposa zitezkeen eta gutxieneko ikasle-kopurua egonez gero ematen ziren; irakaslearen soldata ikasleek ordaintzen baitzuten.

1888.ean bidaia handi bat egitea erabaki zuen 21 matematikari bisitatzuz (gaur egun izen handitzat ditugunak asko). Lehenengoa Paul Gordan zen, "aldaezen erregea", eta honekin egon eta laster, Gordanek hogeitau urte lehenago frogatu zuen aldaezinei buruzko teorema erraztu zuen lehenbizi eta problema ireki orokorra erabat ebazti gero. Ustegabe ederra izan zen eta ospe handia lortu zuen Hilbertek.

1892.ean Käthe Jerosch-ekin ezkondu zen. Seme bakarra izan zuten. Hurwitz Zurichera joan eta Hilbertek eskuratu zuen haren postua Königsbergen. Aldaezen teoria ebazti utzi eta gero, Zenbakien Teorian hasi zen eta  $e$  eta  $\pi$  zenbakien traszendentzia frogatu zuen berritro. Lindemann ere joan zen Königsbergetik eta Hilbertek haren postua lortuz irakasle-maila gorena eskuratu zuen. 1893. urtean Alemaniako Matematikarien Elkarte sortu berriak Hilbert eta Minkowskiri Zenbakien Teoriaren orduko egoeraz txosten eskatu zion. Lana banatu egin zuten eta Hilbert arlo algebraikoaz ari zen.

Kleinek aspaldian zeukan Hilbert Göttingenera eramateko gogoia eta 1894. urtearen amaieran Heinrich Weber-ek utzi zuen postua eskaini zion. Hilbertek onartu egin zuen.

## Göttingen

**A**lemaniko erdialdean dagoen hiri txikia da Göttingen; Unibertsitateak famatu bihurtu duena. XIV. mendeko eskola baten haritik, 1536.ean lortu zuen Unibertsitatea izateko eskubidea hiriak, baina 1737ra arte ez zen eraiki Georg-August Unibertsitatea. Laster Europako famatuenetakoa izan zen, baina XIX. mendean beherantz egin zuen eta gero Matematika eta Fisikako Fakultateei esker berreskuratu zuen



Georg-August Göttingengo Unibertsitatea. 1737an eraiki zen. Europako famatuenetakoa izan zen.

aspaldiko fama. Gaur egun 140.000 inguru biztanletik laurdena baino gehiago dira Unibertsitateko ikasle, irakasle edo bestelako langile. Hiriko kaleetan zoazelarik etxe guztietan aurkituko dituzu biztanle ospetsuen oroimenezko plakak eta 30etik gora dira Unibertsitateko ikasle edo irakasle izandakoen artean Nobel saria jaso dutenak. Ez zuen kalte handirik jasan Mundu Gerran eta Unibertsitateko Liburutegia oraindik ere Alemaniako onenatarikotzat daukate.

1895.ean heldu zen Hilbert Göttingenara. Ehun urte lehenago, 1795.ean, hamazortzi urteko Gauss gaztea heldu zen ikasle gisa hiru urte pasatzera. 1799.ean Helmstedt-eko Unibertsitatean Doktore bilakatu eta 1807.ean Göttingengo Astronomi irakasle eta Behatoki zuzendari izendatu zuten. Bertan gelditu zen hil arte (1855) eta hiriko parke batean ikus daiteke haren hilobia. Geroago Dirichlet eta Riemann ere Unibertsitateko irakasle izan ziren.

Hilbertek Königsbergen utzitako postua lagunmin zuen Minkowskik hartu zuen, baina hurrengo urtean Zürichera joan zen (non urte batzuk geroago ikasle artean Einstein izan baitzuen). Minkowskiren interesak beste alde batetik zebiltzan garai hartan eta ez zuen astirik hartu Matematikariaren Elkartek eskaturiko txostena burutzeko. Hilbert ordea, buru-belarri Zenbakien Teorian aritu zen eta 1896.ean argitaratu zen bere zatia; Zahlbericht izenburupean urtetarako gelditu den maisulana.

Txostena idatzi eta gaiaz aldatzea erabaki zuen. 1898-99 ikasturterako Geometriaz proposatu zuen ikastaroak harridura sortu zuen hasieran. Bertan Geometria euklidearraren axiomak birplanteatu zituen eta axioma-sistemari osotasuna, independentzia eta kontrarianik eza eskatu behar zitzaizkiola erabaki ondoren Geometriari oinarri finkoa ezarri zion. Gauss eta Wilhelm Weberri Göttingenen eraiki zitzaie monumentuaren inauguraziorako Matematikaren beste liburu klasiko bat atera zuen: Geometriaren Oinarriak izenekoa.

Geometriako lana burutu eta berriro aldatu zen gaiaz: Dirichlet-en printzipioa aztertzeari ekin zion, Analisi Matematikoko ekarpenekin hasiz. Riemann-ek bere tesian hain maisuki erabilitako printzipioak frogapenik ez zuelakoan, Weierstrass-ek kritikatu egin zuen eta kontradibide bat aurkitu ere bai. Honekin betirako galduta zegela uzte zutenei, Hilbertek erratuta zebiltzala erakutsi zien.

Aurreko baldintzak ondo zehaztuta nola erabil zitekeen ikusi ondoren, Hilbertek lehenago lortutako ondorioak salbatu eta berriak eskaini zituen.



Hilberten problemak

## Hilberten problemak

**1** 900. urtean Parisen Matematikariaren Nazioarteko Bigarren Kongresua ospatu zen. Bertan hitzaldi bat emateko gonbitea jaso zuen Hilbertek eta mendemugak aukera ezin hobea eskaintzen ziola pentsatuta, Matematikan ebatzi gabe zeuden problemarik garrantzitsuenak aztertzea erabaki zuen. Inor gutxik egin zezakeen horrelako lanik; arlo desberdinei buruzko ezagutza zabala behar baitzen. Hogeita hiru problemako zerrendak (ahozko hitzaldian denbora faltaz hamar besterik aipatu ez zituen arren) mende honetan eragin handia izan du: problema batzuk aspaldi ebatzi ziren, beste batzuk oraintsu (Fermat-en azken teorema aipatzen zuen, esaterako) eta badaude ebatzteke dirautenak ere. Kongresuko hitzaldirik arrakastatsuenak izan zen zalantzarik gabe.



Göttingengo matematikariaren hizketaldia, 1902.

Göttingengo plaza.

Munduko matematikari nagusien aurrean Hilberten ospeak gorakada handia izan zuen eta momentu horretan Poincaré alde batera utzita beste inork ez ziola aurrea hartzen esan daiteke.

### Hilberten espazioa

**H**ilberten izena kontzeptu eta emaitza askorekin lotu da Matematikan. Analisi modernoan duen balioagatik eta Fisikan izan dituen aplikazioengatik, Hilberten espazioa da garrantzitsuenetakoa. Kontzeptu honetara heltzeko bidearen hasiera, ikasle batek Hilberti Inar Fredholm matematikari suediarren lana erakutsi zionekoa izan zen. Lan honen arabera ekuazio integralak eta Algebrako ekuazio linealak antzekoak ziren eta antzeko tratamendua onar zezaketen. Gaiak berehala erakarri zuen Hilbert eta hasteko Fredholm-en lana erraztu eta garatu egin zuen. Gero, 1904.ean funtzio eta balio propioen teoria aurkeztu zuen (Teoria espektrala).

1901. urtean Erhard Schmidt ikasle berria heldu zen Göttingenera Berline-tik. Unibertsitateko giroa ikusita, ez zuen Berlinera itzuli nahi eta hango ikaskideei deitu zien bera bezala joan zitezten. Schmidt-ek doktorego-tesian (1905) ekuazio integralen gaiarekin segitu eta Hilberten teoria beste ikuspuntu batetik aurkeztu zuen (etorkizunearan garrantzizkoa gertatu zen).

Mende hasiera honetan Geheimrat (ingelesez Sir moduko titulua nolabait) izendatu zuten eta Fuchs hil zenean (1902) Berlingo lanpostua eskaini zioten. Berlin hiriburua erakargarria izan arren, berak bazekien egote hutsarekin Matematika Departamentuak maila gorena zuela, eta hiri txikia bere lanetan aritzeko hobia zelakoan, Göttingenen gelditzea erabaki zuen. Lehenago Leipzi-

geko eskaintza eta geroago Heidelberg-ekoa ere utzi zituen. Hori bai, gelditzearen truke beste irakasle-postu bat eskatu zuen Hermann Minkowski aspaldiko adiskidea albora ekartzearren, eta lortu ere lortu zuen. Apur bat geroago Carl Runge heldu zen Matematika Aplikaturako irakasle modura eta egunero lau irakasle nagusiek (Klein, Hilbert, Minkowski eta Runge) elkarrekin ibilaldia egiteko ohitura hartu zuten.

### Ikasle laguntzaileak

**K**leinen ospeak ikasleak Göttingenera erakarri bazituen ere, Hilbertekin kopuruak gora egin zuen. Ehunetik gora ikasle entzun ohi zituzten Hilberten ikastaroak. Zerrenda amaiezina litzateke gero famatu izan diren Hilberten ikasle matematikari eta fisikariena.

Zientzia esperimentaletako irakasleek bezala, Kleinek laguntzaile bat zeukan. Hilbertek ere gauza bera egin zuen eta urtero ikasle bat Hilberten laguntzaile izendatzen zuten. Honen eginkizuna maisuarekin batera klasea prestatu eta batzuetan idaztea ere izaten zen. Haiseran dirurik ez zuten jasotzen lanaren truke eta gainera esfortzu berezia egin beharrean zeuden, baina berarekin ikasitakoak kontentsaziorik nahikoa ematen omen zien. 1905. urtean Max Born izan zen Hilberten laguntzaile. 1957.ean "Göttingeneko oroitzapenak" izeneko hitzaldian lana zer zen eta nola antolatzen zuten kontatu zuen Bornek eta Hilberti eta Göttingeneko bizitza zientifikoari buruzko beste xehetasun asko ere bai. Merezki du lekuko baten eskutik gelditu zaigun deskribapen hori irakurtzeak. Irakurle interesatuak "Zientzia eta Kontzientzia Aro atomikoan" liburuan aurki dezake (Elhuyar-Elkar, XX. mendeko klasikoak, Islada bilduma 8).

### Fisika

**1**905.ean Hungariako Zientzi Akademiak Bolyai saria sortu zuen ("azken 25 urteetan Matematikaren aurrerapenerako ekarpenik handiena egin duenarentzat") eta Poincaréri eman zioten, Hilberten aipamena eginez. Bost urte geroago bigarrenez eman zenean, Hilbert izan zen irabazlea eta Poincaré, epai-mahaiko idazkari izanik, Hilberten lanak goraiatu egin zituen.

Bitartean, 46 urte zituela depresioak jota gelditu zen eta osasun-egoitza batean atsedean hartuz igaro behar

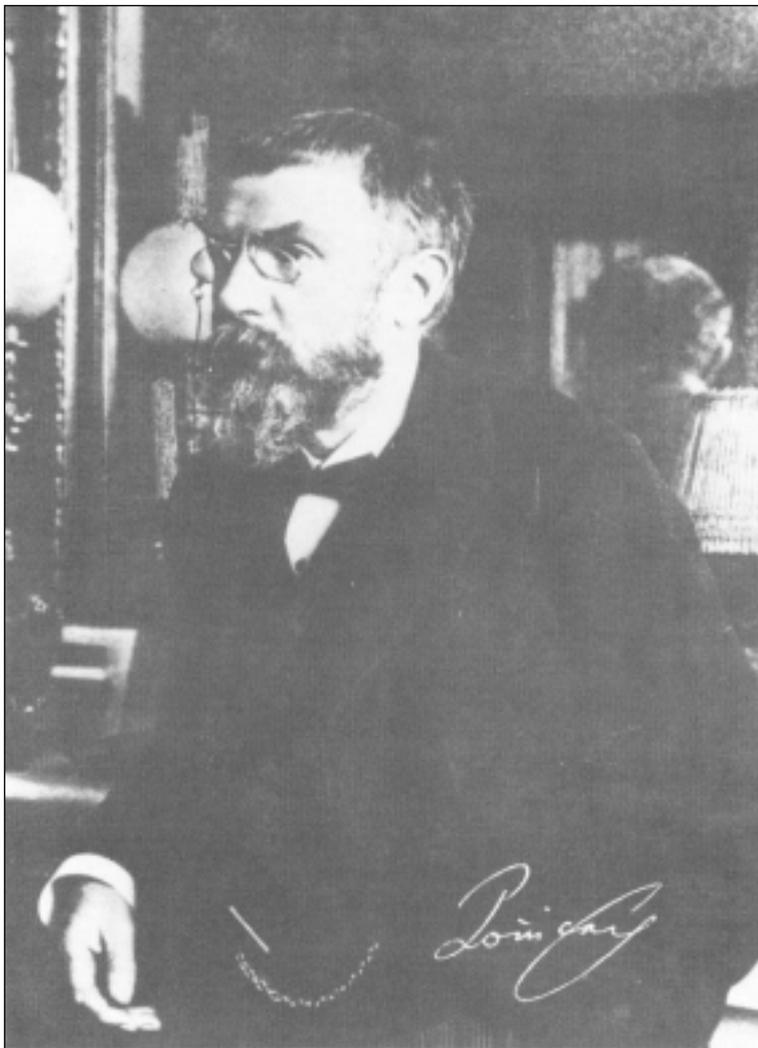
izan zuen denboraldi bat. Handik irten da, Waring-en problema ebatzi zuen, berriro jendea harrituta utzi zuelarik. Bestalde, kreazioaldia zuen Minkowski 1909.eko urtarrilean hil egin zen apendizitisaren ondorioz, Hilbert oso minduta geratu zelararik. Waring-en problemari buruzko argitalpena hildako adiskideari eskaini zion.

Orduan hasi zen pentsatzen Fisikan lan egiteaz. Egia esan, ardura hori 1900.eko problema-zerrendan erakutsi zuen, baina ordurarte proiektua ez zuen bere gain hartu. Helburu argia zuen: Matematikak bezala Fisikak ere axiomatizazioa beharrezkoa zuen. Eginkizun hori betetzeko, haren iritziz matematikari bat behar zen: "Fisika zailegia baita fisikariarentzat". Baina lehenengo Fisikaren egoera ulertu behar zuen eta garapen berrien informazioa eskuratu, eta horretarako bigarren laguntzailea hartzea erabaki zuen: fisikaria oraingoan. Arnold Sommerfeld fisikari lagunari (Königsberg-ekoa hau ere) eskatu zion lan horretarako gazte bat bidal ziezaion eta Paul Ewald, lehenago Göttingengo ikasle izana, bilakatu zen laguntzaile (1912). Honen ondoren Alfred Landé-k bete zuen lana.

Fisikaren baitan oso aldaketa handiak ari ziren gertatzen garai horretan eta zaila zen dena menperatzea. Hasieran gasen teoria zinematikoa, erradiazioaren teoria elementalean, ekarpenen bat egin zuen ekuazio integralen bidez, eta gero, 1915.ean, Fisikaren oinarriak izeneko lana kaleratu zuen. Ez zuen eraginik izan, eta artean urte askotan laguntzaile fisikaria mantendu eta Fisikako ikastaroak eman arren, Matematikaz gero eta gehiago arduratu zen.



Hermann Minkowski. Hilberten adiskide izanik Göttingengo Unibertsitatean irakasle izatera heldu zen.



Poincaré. Bolyai saria irabazi zuen 1905ean. 1910ean Hilbert izan zen irabazle eta Poincarék, epai-mahaiko idazkari izanik, Hilberten lanak goraiatu egin zituen.

Hilbertek Fisikari buruzko ardura galdu arren, antolatu zuen Fisikako mintegiak segitu egin zuen. Gerra ostean, Max Born, Hilberten aspaldiko laguntzailea, Fisikako irakasle izendatu zuten eta goi-mailako Institutua lortzea izan zen hasieratik honen helburua. Horrela suertatu zen; belaunaldi gazteko partaideak kalitate handikoak izan baitziren. "Umeen Fisika" deitu zitzaion fisikari gazte haiek egindako lanari eta batez ere 1925-26 biurtekoan, emaitza apartak lortu zituzten. Werner Heisenberg-ek Mekanika Kuantikoaren formulazio matematikoa asmatu zuen, laster Born eta Pascual Jordan-ek osatua ("Matrizeen Mekanika"). Hilabete batzuk geroago, Erwin Schrödinger-ek beste formulazio bat aurkeztu zuen

("Uhin Mekanika") bere izena daraman ekuazioaren bidez. Hasieran harridura sortu zuen bi formulaziorik (ituraz erabat desberdinak) teoria bera azaltzea, baina laster ikusi zuten matematikoki baliokideak zirela. Hilbert eta bere lankideek prestatuturiko tresneria matematikoa (Hilberten espazioa, eragileak, Teoria espektrala) dago formulazio bien oinarrian eta aparteko arrakasta izan zen hori.

#### Matematikaren oinarriak

**L**.E.J. Brouwer holandar matematikariaren eskutik intuizionismoa indarra hartzen ari zen

Matematikan. Hilbert erabat aurka zegoen eta Matematikari kaltea baino ekarriko ez ziolakoan, Matematikaren oinarrietan lan egiteari ekin zion. Paul Bernays eraman zuen laguntzaile modura Göttingenera, bereziki proiektu horretan elkarlanean aritzeko. Hilbertek ezin zuen onartu existentzi frogapenak (hau da, ebazpenaren erai-ketarik ematen ez dutenak) Matematikatik kanpora utzi behar izatea, bere lanetan hain emankor izan eta gero. Gai hau izan zen erretiratu arte Hilberten ardura nagusia.

Emmy Noether heldu zen Göttingenera eta emakume zelako ez zioten Unibertsitateko agintariek habilitazioa eman nahi irakasle modura ari zedin. Hilbert saiatu zen egoera aldatzen, baina urte askotako tradizioa haustea ia ezinezkoa zen. Hasieran Hilberten izenean kurtso batzuk proposatu eta Noetherrek ematea izan zen behin-behineko konponketa. Gero, 1919.ean, Privatdozent izatea lortu zuen, baina inoiz ez zioten lanpostu iraunkorrik eman. Hala ere, Göttingenen eman zituen urteetan beti gidatu zuen ikerketa-talde bat; arrakasta handiz gidatu ere.

Göttingenen beste aldaketa garrantzizkorik ere egon zen: Klein erretiratu eta Richard Courant-ek hartu zuen haren postua. Courant berehala nabarmendu zen antolatzaile-lanetan eta Unibertsitateko Institutu Matematikoa lortu zuen; Kleinen urte luzetako ametsa. Lehenago matematikariak Filosofi Fakultatearen parte ziren eta independente izanik bere proiektuak hobeto gauzatuko zirela uste zuten. 1929.ean edizio berria ere lortu zuen. Bestalde, Julius Springer liburu-argitaratzailearekin zuen harremana aprobetxatuz lankidetzak akordioa egin zuen Matematikako lanak argitaratzeko; gaur egungo Springer etxearen Matematika-bildumen lehen urratsak argitaratzeko, alegia.

1925.eko udazkenean anemiaz gaixotu zen Hilbert. Anemia-mota berezia zen eta hilgarritzat zeukaten orduan. Urte berean Ameriketara sendabide berria probatzen hasiak ziren. Artean ona zela guztiz egiaztatu gabe zegoenez, lagun batzuen eragina beharrezkoa izan zen Hilberti tratamendua aplikatu ahal izateko. Ondorio positiboak izan zituen eta gaitzetik sendatu egin zen.

1930.ean, 68 urte betetzearekin batera erretiroa hartu behar izan zuen. Ordezkatzeko Hermann Weyl-i eskaini zioten postua eta urte batzuk lehenago Göttingengo lana errefusatu eta Zürichera joan zen arren, oraingoan baiezkoa eman zuen. Ez zuen asko iraun; 1933.ean Alemaniako egoerak okerrera egin zuenean Estatu Batuetara joan baitzen, Princeton-go Institutura.

Königsbergen "ohorezko hiritar" izendatu zuten Hilbert eta okasio har-



Hilbert eta Käthe Jerosch senar-emazteak.

tan azken urteetan aztergai nagusi izan zuten Matematikaren oinarria gaitzat hartuta hitzaldi bat eman zuten. Bere argudioaren arabera, matematikaren barneko galderak baiezko ala ezezko erantzuna dute eta hor daude ebazpenaren zain. Hitzaldiaren amaieran bere jarreraren lema bilakatu ziren hitzak bota zituen: "Wir müssen wissen. Wir werden wissen." (Jakin egin behar dugu. Jakingo dugu.) Geroago bere hilarrarian jarri zituzten hitzok.

Hilberten baikortasun horri aurka egiten zion emaitza lortu zuten, hala ere, urte berean Kurt Gödel matematikari gazteak: axioma-sistema baten barruan beti daude erabakiezkin diren proposizioak.

### Gerra eta Politika

Lehen Mundu Gerrak izan zuten eragina Göttingengo lanean. Ikasle eta irakasle batzuk frontera deitu zituzten eta urte haietan, lanak segitzen zuten arren, giroa ez zen berdina izan. 1914. urtean Alemaniako kultur munduko pertsonaia ospetsu askok Kaiserraren aldeko deklarazioa sinatu zuten gerraren erantzukizuna Alemaniak ez zuela aldarrikatuz. Hilbertek ez zuen sinatu nahi izan, baina bai Kleinek eta, horrenbestez, Pariseko Zientzi Akademiak hau egotzi zuten bitartean, Hilberti mantendu egin zioten ohorezko postua. Etxean, ordea, batzuk traidoretzat hartu zuten eta gauza bera gertatu zitzaion Darboux matematikari frantsesaren heriotzaren okasioan (1917) laudoriozko artikulua idatzi zutenean.

Gerra bukatu zenean Alemaniaren egoera eta bereziki Göttingengoa egokia iruditu ez eta Bernara joatea bururatu omen zitzaion Hilberti, baina asmo hutsa izan zen dena eta Göttingenen segitu zuten.

Nazioarteko mailan gerraren ondorioak nabariak izan ziren matemati-

kari alemaniarrentzat. 1920. urtean Strasburg-en eta 1924.ean Toronto-n antolatu ziren Matematikarien Nazioarteko Kongresuetara ez zituzten alemaniarrek gonbidatu. Bai ordea 1928. urtean Italiako Bologna hirian antolatu zen kongresura, gerra amaitu zenetik hamar urte geroago. Baina orduan Alemanian bertan sortu zen itzelezko eztabaida, bi jarrera elkarren aurrean ipiniz: alemaniar nazionalistak, Bieberbach buru zutela, boikotaren alde zuden; beste talde bat, Hilbertekin batera, parte hartzearen aldeko kanpaina egiten saiatu zen. Zatiketa haren ondorioz batzuk etxean gelditu ziren bitartean, 67 matematikari alemaniar, Hilbert buru zutelarik, Bolognan egon ziren.



Hilbert eta Herman Weyl. Hilbert erretiratu zenean Herman Weylek eskuratu zuten bere postua.

1932. urtean nazien gorakada gertatu zen hauteskundeetan eta laster hasi ziren nabaritzen Alemania osoan juduen aurkako mehatxuak, eta are gehiago Göttingenen, non zientzilari asko jatorriz judu baitziren. Batzuk berehala, eta beste batzuk geroago, lanpostuak galduta edo galzorian zeukela ihes egiten hasi ziren toki seguruagoen bila. Courant 1934. urtean Es-

tatu Batuetara joan zen eta ihesi zihoen hainbat matematikariri lagundu zien, hango Unibertsitateetan lana bilatuz. Urte batzuk geroago Göttingengo ereduari jarraituz Matematika Institutua antolatu zuen New Yorken; gaur egun bere izena duen Insitutua, alegia.

### Azken urteak

Hilbert Göttingenen bizi zen artean etxea beti zegoen zabalik eta jende ugari pasatzen zen bertatik (ikasle eta irakasleak). Baina azken urteetan inguruko jende gehiena Unibertsitateetik joanda zegoen eta gero eta bakarrago gelditu zen emaztearekin. Adinez ere aurreratuz zihoan eta ez zuen beste inora bizitzera joateko adorerik eta Göttingenen eman zituen azken urteak. Geroztik ere jaso zuen onespelik, hala nola 1939.ean Suediako Zientzi Akademiak Mittag-Leffler saria eman zionean.

1943.eko otsailaren 14ean alemanek Stalingrad-en bataila nagusia galdu eta egun batzuk geroago hil zen David Hilbert Göttingenen, kalean erortzearen ondorioz. Hiletara dozena bat lagun baino ez ziren bildu. Aspaldiko lankideetatik Arnold Sommerfeld fisikariak izan zuen bertan egoterik eta berak egin zuen hildakoaren laudorioa talde txikiaren aurrean. Emaztea bi urte geroago hil zen.

Gaur egun Königsberg ez dago eta Göttingen ez da Parisekin lehia ari den Unibertsitate ospetsua. Hilberten eragina XX. mendeko matematikari guztiengan ukazina bada ere, Alemanian sortu zen zientzilari-talde bikainaren sakabanaketak batez ere Estatu Batuetako lehen mailako zentruen sorreran izan zuen eragina. Nonnahi egonik ere, Hilberten eskolako partaideek lanari ekiteko orduan beti izan zuten Göttingengo eredu.

### Erreferentzia gisa

1970. urtean Constance Reid-ek argitaratu zuen Hilberten biografia izan dut informazio-iturri nagusi lan hau idaztean. Geroago Courantena ere idatzi zuen eta 1986.ean biak batera agertu ziren "Hilbert-Courant" izenburuarekin, Springer argitaletxean.