

Kaosaren edertasuna

J.I. Barragués eta Cristina Alcalde

Donostiako I.I.T.U.E.

Zientzia klasikoa kaosa sortzen denean bukatzen dela esan ohi da. Zientzilariek ordena bat (balio unibertsaleko ekuazio matematikoen bidez adierazitako arau bat) ikusten saiatuz Naturako legeak aztertzen zituzten bitartean, mundua errealitatearen itxura desordenatuari bizkar emanez bizitzen.

Uhin baten kiribildurak, populazioaren gora-beherak, desorden atmosferikoak (bai itsasbazterreko labarretakoak eta bai elur-malutan agertzen diren forma desberdinak), galaxia bateko izar-metaketa eta odol-hodien bilbapena, Naturako zati irregular horren adibide dira. Parte desjarrai hau buruhauskarri bat bezala agertzen da gizakien aurrean.

Sistema dinamikoak

Mendetan zehar Naturako fenomenoak ikuspegi analitikoaz aztertu izan dira. Sistema analitikoak fenomeno baten parte bakoitza xehetasun osoz kontsideratzen du. Hala ere, ikuspegi honek oso fenomeno zailak ikasteko akatsak ditu. Beste irtenbide bat ikuspegi sistematikoa da. Honen arabera fenomenoari buruzko ikuspegi orokorra izatea da onena, nahiz eta horrela xehetasunak galdu.

Ikuspegi sistematikoa sistema dinamikoaren nozioan oinarritzen da. Sistema dinamikoa, arau-multzo baten arabera elkarrekin erlazionaturik dauden eta denboran zehar eboluzionatu egiten duten objektuen bilduma da.

Sistema dinamikoak ugari dira Naturan. Sistema ekologikoa (non

harrapakinak eta harrapariak, gosea, izurriteak, lehorreak, gizakien erasoak, etab. baitaude), sistema dinamikoaren adibidea da. Bizilagunen arteko erlazioek espezie bakoitzak bizirik iraungo duen edo galdu egingo den erabakitzen dute.

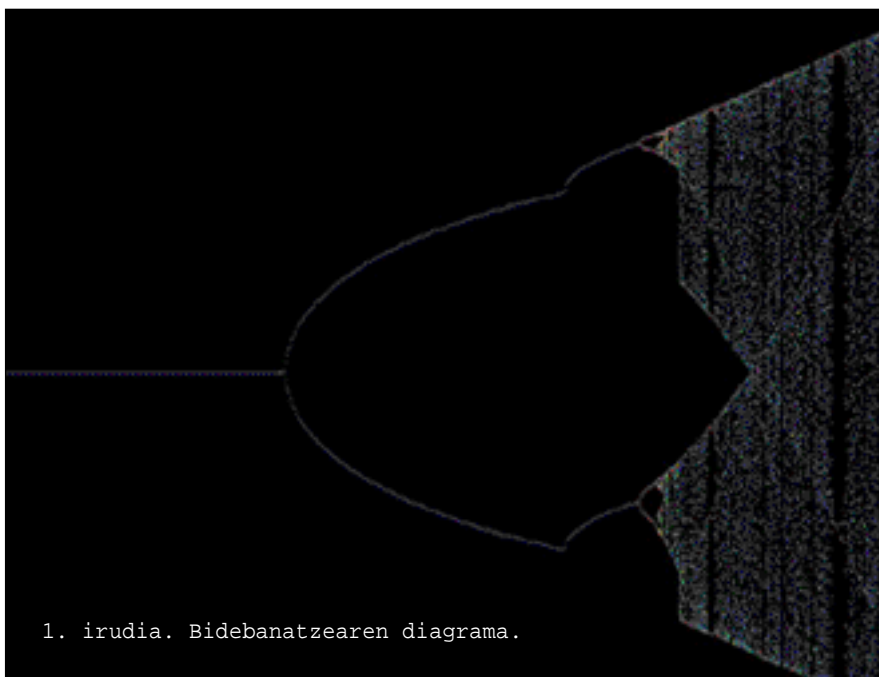
Sistema dinamikoak ikasten saiatzen diren zientzilariek, kopia sinpletuak edo ereduak egiten dituzte (ekuazio matematikoen bidez zuzendutakoak) eta benetako sistema babiliran gutxi gora-behera funtzionarazten saiatzen dira. Eredua ordenadorera sartzen dute eta denboran zehar nola eboluzionatzen duten eta parametroak aldatuta zein neurritan aldatzen den ikusten dute.

Adibidez, sistema ekologikoan gauza batzuk sar daitezke: klima ezberdinak, bizilagunen kopurua, jaiotza-indizea, eguneko behar di-

ren janariak, animalien jokabidea, etab. Eredua, espezie bat galtzearekin batera buka daiteke, janari gutxiegi edo harrapakari gehiegi dagoenean, edo espezieen arteko oreka dagoenean. Dena parametroak sartzearen arabera gertatzen da.

Batzuetan, sistemako analistek sistema baten bukaerako egoera aztertzen dute, eta berreraikitzen saiatzen dira, sistema egoera horretara eraman zuten zergatiak ikertzeko. Adibide ospetsu bat ondorengo hau izan da: maien zibilizazioan VIII. mendean gertatutako kolapsoa azaltzeko eredu bat.

Kaosaren azterketa modernoa 60.eko hamarkadan hasi zen aurkikuntza ezatsegin batekin: itxura sinpleko ekuazio matematikoz osatutako multzo bat, jokaera gogorreko eta hasierako baldintzek



1. irudia. Bidebanatzearen diagrama.

eragindako sistema dinamikoak deskribatzeko gai zen. Hasierako egoerako ezberdintasun txikiek, sistemaren bilakabidean ezberdintasun handiak sortzen dituzte. Honi tximeleta efektua deitu zaio. Hitz honek (erdi txantxetan) honakoa adierazten du: tximeleta baten hegoen higidurak, hemen eta orain burututakoak, hurrengo hileko Pekingo klimatologian eragiten duela.

70.eko hamarkadan, zientzilari-talde batek desordenaren erresuman bidea irekitzeko lan egin zuen. Matematikari, fisikari, biologo, soziologo, ekonomilari eta fisiologoak ziren. Beren lanetan ikusten zuten irregulartasunarentzat azalpen bila zebiltzan, analisi-sistema berri bat erabiliz.

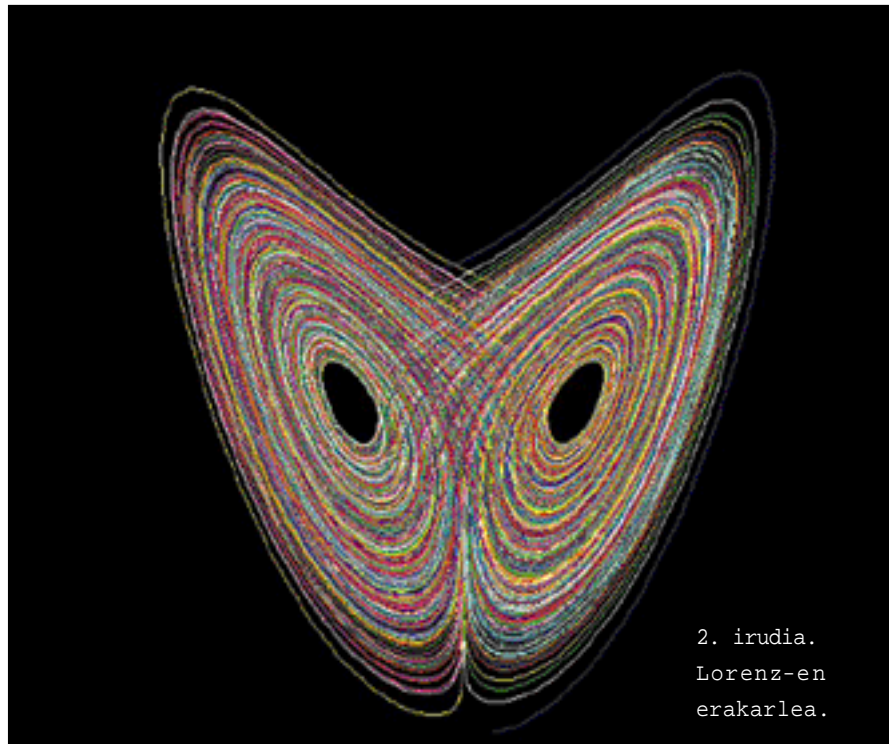
Hogei urte geroago, kaos hitza joera baten (zientziaren inguruko mugimendu baten) deskribapen zehatz bihurtu da. Hitzaldiak, ikerketako programak eta argitarapenak ugaltu egin ziren. Mahai baten gainean bote eginda pilota batek duen dinamika arraroari buruzko artikulu batzuk atera ziren, mekanika kuantikoari buruzko beste batzuekin batera.

Desordenaren zientziak ordenadoreak erabiltzean oinarritutako teknika batzuk sortu ditu. Teknika hauek kaosaren irudiak eskaintzen dituzte; egitura liluragarriak, hipnotikoak, delikatuak eta zailtasun infinitua dutenak.

Egiazki, sistema ekologikoa, klimatologikoa, ekonomikoa edo zailtasun handiko beste sistemak erakusten saiatzen diren eredu matematikokoak, milaka ekuazioz eraturik daude eta ordenadorearen bidez prozesatzeko denbora asko behar dute.

Hala ere, erlazio gutxiren bidez formulatzen diren eredu batzuk badaude, zailtasun handia dutelarik.

Eredu matematiko sinple bat hasierako balio batetik abia daiteke, zeinari $X_{\text{hasierakoa}}$ deituko digun, eta kalkulu batzuen ondoren, bukaerako balio bat sortu: $X_{\text{bukaerakoa}}$. Azken balio hau ereduraz sartzen da hasierako balio bezala, eta horrela behin eta berri. Irteera berriaz sarrera bezala sartzeari berrelikadura deitzen zaio. Berrelikadura dago, adibidez, mikrofono batek amplifikadorearen irteera hartzen duene-



2. irudia.
Lorenz-en
erakarlea.

an. Azkenean, efektua jasanezina da.

Har dezagun, adibidez

$$X_{\text{hasierakoa}} = 1,1$$

eta kalkula dezagun bere karratua. Lortutako $X_{\text{bukaerakoa}}$ balioaren karratua kalkulatzen da berriro, eta abar. Lortzen diren zenbakien segida hau izango da: 1,21; 1,4641; 2,14358881; ...

Segi ezazue kontuak ateratzen. Poliki, baina, zenbakiak gero eta handiagoak dira, mugarik gabe. Hala ere, sarrera gisa

$$X_{\text{hasierakoa}} = 0,99$$

harturik, segida ondorengoa izango da: 0,9801; 0,96059601; 0,922744694; ... Geldiro, baina segida hau zerora hurbiltzen da. Elkarrengandik hain hurbil dauden zenbakiak (1,1 eta 0,99) hain portatera ezberdina izatea harrigarria da.

Zenbakien segida lortzeko

$$X_{\text{bukaerakoa}} = (X_{\text{hasierakoa}})^2$$

araua erabili dugu. Bururatzen zaizkigun beste formula batzuk ere erabil ditzakegu, eta jokaera ikusi. Adibidez,

$$X_{\text{bukaerakoa}} = R \cdot X_{\text{hasierakoa}} (1 - X_{\text{hasierakoa}})$$

erlazioa, non R hasieran aukeratzten den edozein zenbaki baita. Formula honi ekuazio logistikoa deitzen zaio, eta ikasten ziren lehenengoetakoa zen.

Lortzen den zenbakien segida interpretatzen saiatu ordez, grafikoki erreprentatu daiteke. Ardatz horizontalean R-ren balioak kokatuko ditugu; 2 eta 5 bitartean adibidez. Ardatz bertikalean, hasierako puntuarentzat

$$(X_{\text{hasierakoa}} = 0,6, \text{ adibidez})$$

lortzen den balioen segida kokatuko dugu. 1. irudian emaitzaren adierazpen grafikoa azaltzen da. Infinituraino banatzen diren adarrak agertzen dira.

Lorenz-en erakarlea

1963.ean, Edward Lorenz atmosferako geruzak berotu eta hoztuz sortzen diren zurrunbiloak aztertzen ari zen. Erraza zirudien ekuazio-sistema baten bidez eredu egindako fenomenoak, zurrunbilo baten barruan uzten den partikularen ibilbidea grafikoki adierazi zuten.

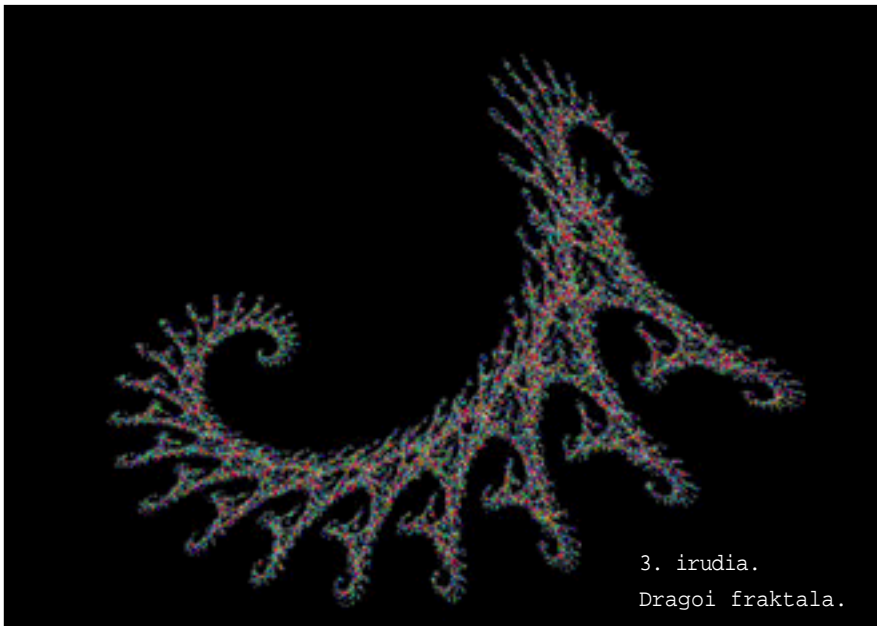
Lortutako irudiak (gaur egun klasikoa da) ekuazioetan ezkutatutako egitura zaila ezagutarazi zuen, eta kaosaren lehenbiziko azterlarien bandera bihurtu zen. 2. irudian Lorenzen erakarlea erakusten da.

Meteorologoa zenez, Lorenzek "Journal of the Atmospheric Sciences" aldizkarian argitaratu zuen bere aurkikundeak, fisikari, biologo eta injineruen eskuetatik urrun.

Fraktalak

Benoit Mandelbrot-ek, IBM enpresan lan egin zuen matematikari ikertzaileak, elementu berri bat asmatu zuen eta geroago fraktal deitu zion.

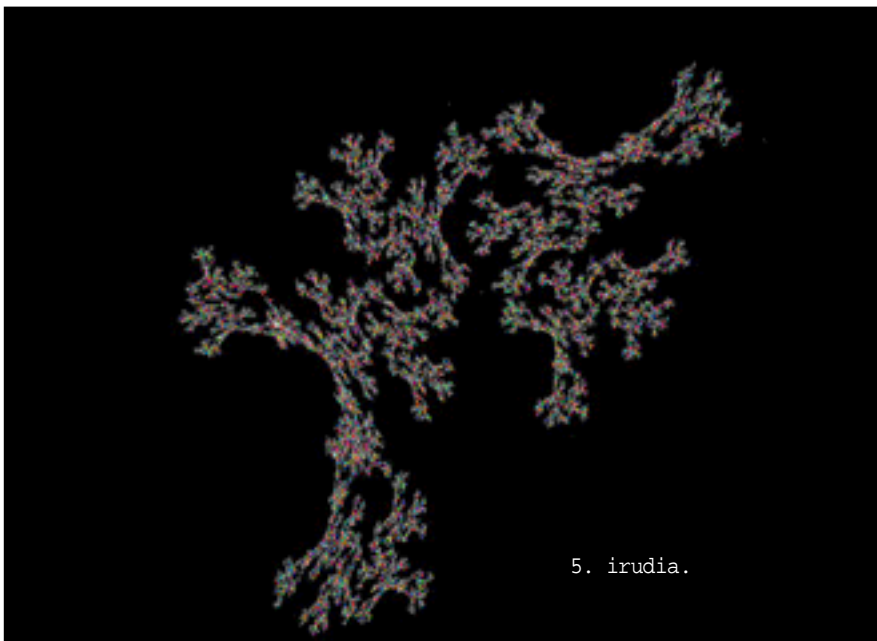
Mandelbrotek irudi ezagun bat ikusi zuen leku ezberdinetan: salgaien prezioen gora-beheretan, injineruak harrিতuta uzten zituen linea telefonikoetako zaratei buruzko problemetan, eta abarretan. Guztietan ezaugarri berdina ikusten zen; kaosa salatzen zuen sinadura bat. Zehatzago aztertzen zirenean, eboluzioaren arauak gero eta zailagoak ziren.



3. irudia.
Dragoi fraktala.



4. irudia. Galaxia fraktala.

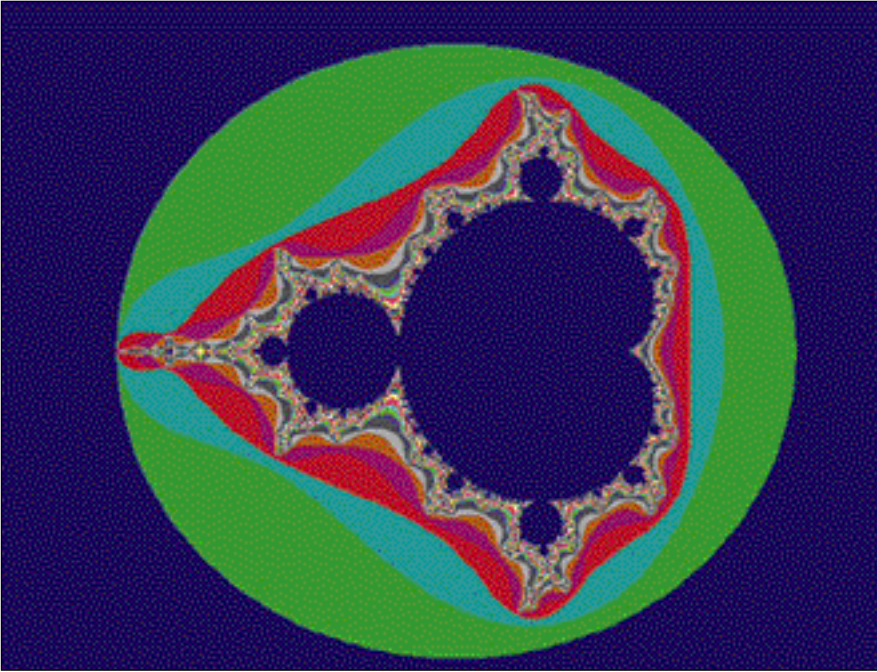


5. irudia.



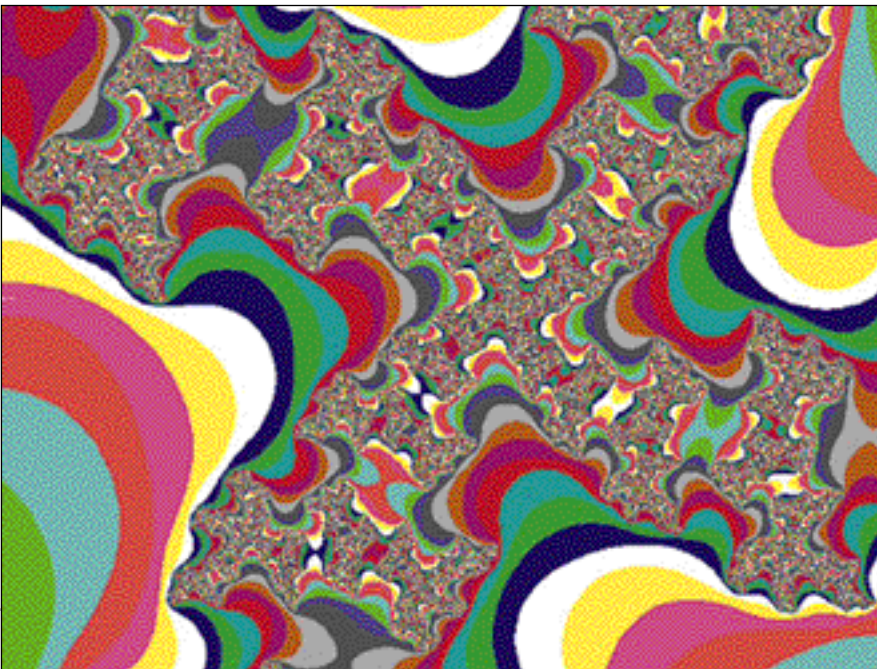
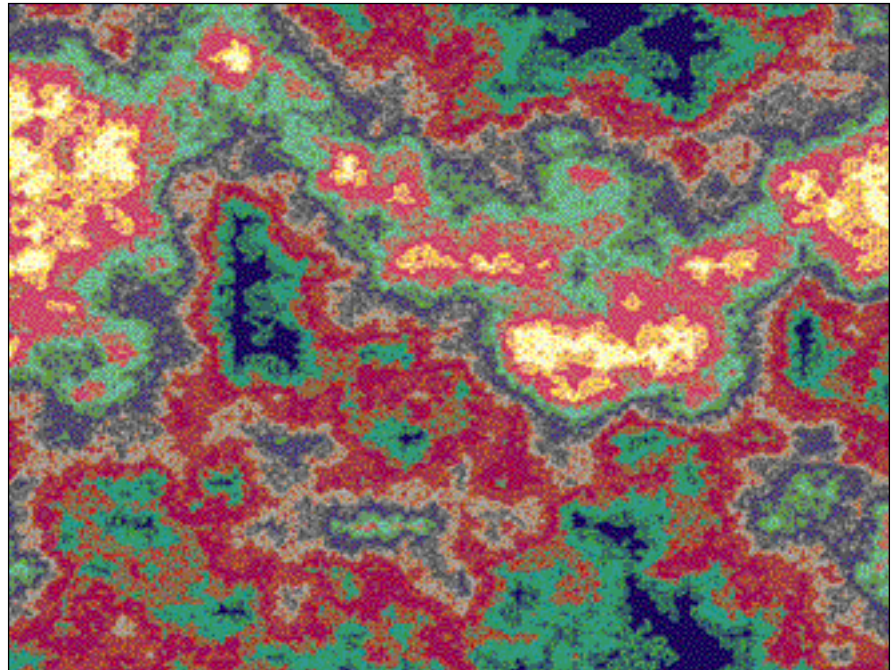
6. irudia. Iratze fraktala.

Artistek, lerro, plano eta esfera bezalako irudi klasikoetan edertasun ideala aurkitzen dute; egitura harmoniatsu bat. Hala ere, errealitateak korapilatsu, puskatu eta nahastua den geometria erakusten du. Desjarraitasunak, bapateko zaratak eta jokabide arrarorak, kontzeptu matematiko abstrak-

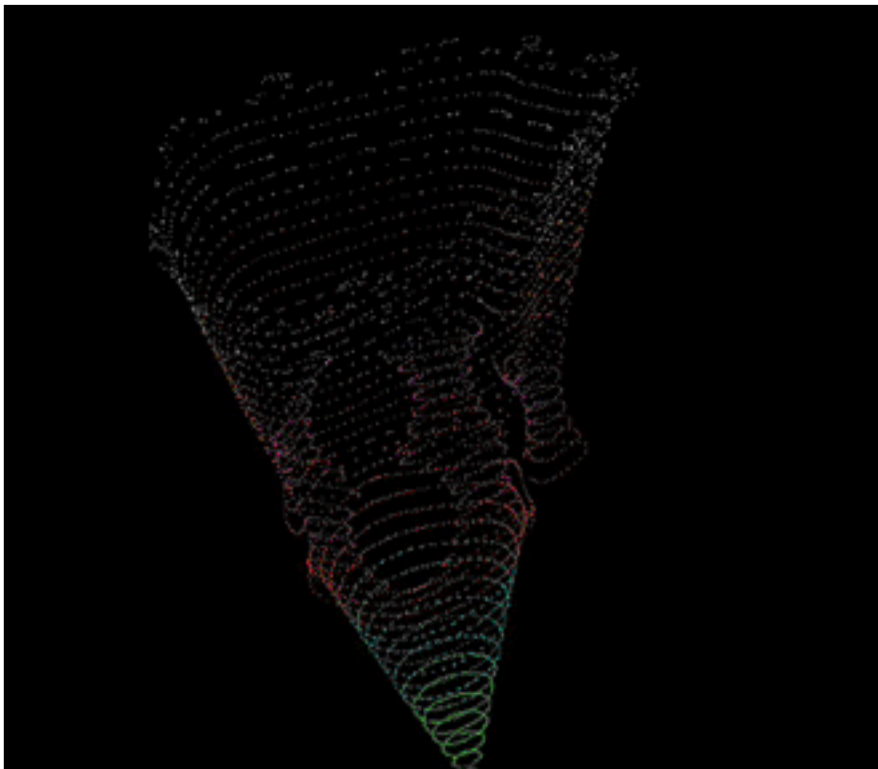


7. irudia.
Mandelbroten multzoa.

8. irudia.
Plasma fraktala.




9. irudia.
Juliaren multzoa.

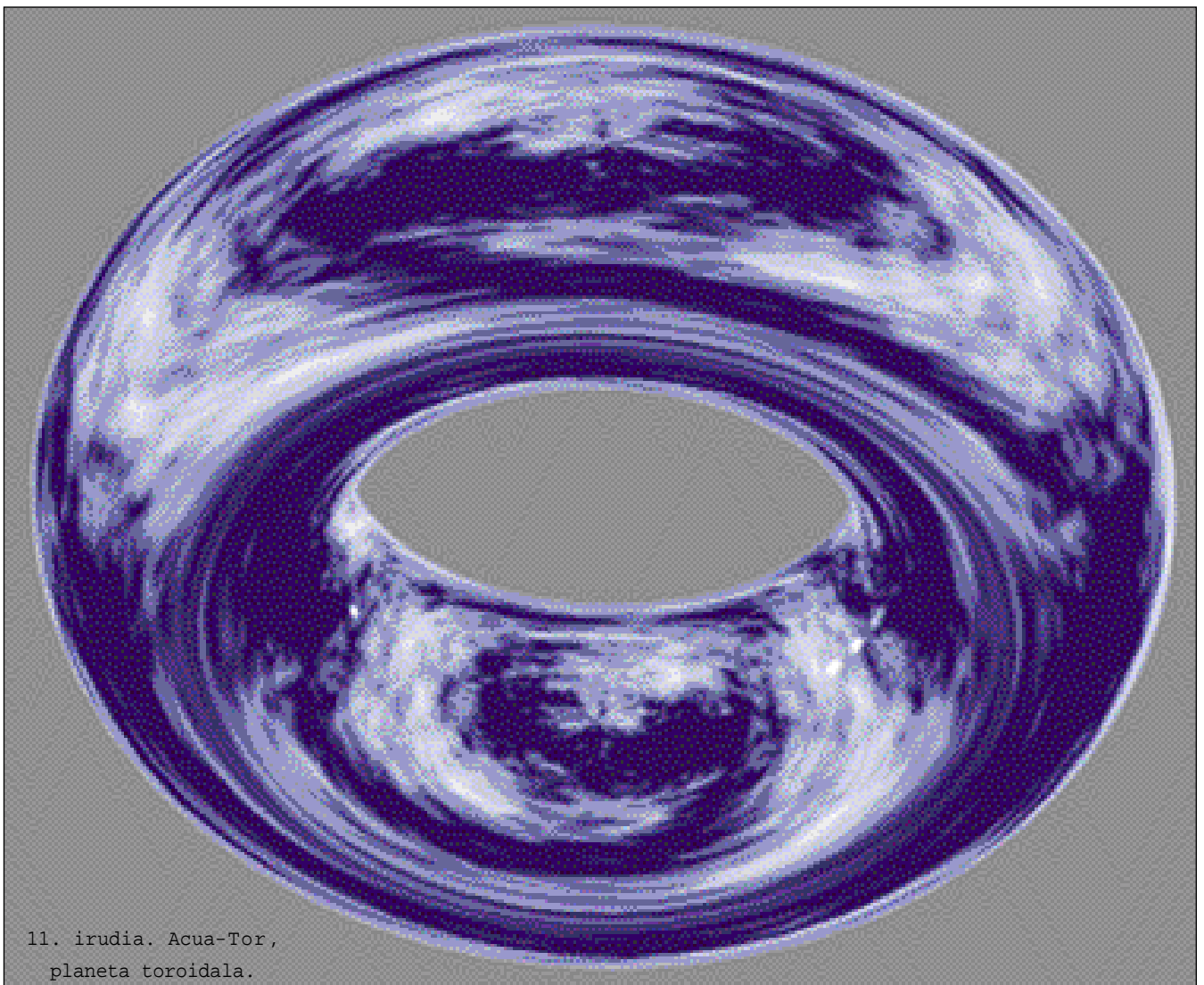


10. irudia.
Kono fraktala.

tuen bidez Mandelbrotek deskribatu egin zituen. Fraktalak, errealtate zail horren eredua egiteko bide bat ematen digu.

Kurba fraktalak ordenadore bidez sor daitezke, eta itxura lilurgarriak dituzte, 3-10. irudietan erakusten denez. Korral, galaxia eta dragoi fraktalek izugarritzko izaki konplexuak adierazten dituzte, eta inguratzen gaituenak bezain errealak dira.

11. irudian Acua-Tor planetaren irudi bat erakusten da. Toroide-formako planeta da, zeinaren itsas azalera plasma fraktal batez estalirik baitago. Irakurleak, arretaz begiratzen badio, bizirik irauteko Acua-Torren borrokan ari diren espezie batzuk laster ikusiko ditu. 



11. irudia. Acua-Tor,
planeta toroidala.