

Maurits Cornelis Escher (II)

Patxi Angulo

Gainazalaren partiketa periodikoa

Escher gainazalaren partiketa periodikoak adina erakarri zuen gairik ez dago. Gai horri tratatu zabala eskaini zion eta honakoa esan zuen: *Aurkitu dudan iradokizun-iturririk aberatsena da, eta agortzetik oso urrun dago oraindik.*

1922an, de Mesquita maisuaren zuzendaritzapean artean, zurean marrazki bat egin zuen zortzi bururekin (lau ahozpe) gainazal osoa estaliz. Ideia hau, aldiz, ezin zaio de Mesquita-ri leporatu (1. irudia).

1926rarte bazirudien gai hau gaztaroko bolada izan zela. Hala ere, 1926an Granadako Alhambra bisitatu ostean Escher bere irudiei egitura erritmikoa ematen saiatuko zen, helburua lortu ez zuelarik. 1936an Jettarekin Alhambra bisitatu zuen berriro. Jettak lagunduta bertako irudiak kopia zituzten. Apaingarri buruzko liburuak eta tratatu matematiko batzuk irakurri ondoren, 1937an Escherrek sistema praktikoa bat landu zuen gaingiroki; 1941 eta 1942 urteetan idatziko zuena.

Translazio, biraketa eta isladapen-higiduren bidez lor dezakegu irudi bat bere buruarekin bat etortzea. Irudi batzuek translazioa soilik onartzen dute, beste batzuek translazioa eta biraketa, etab. Guztira 17 dira higidura hauek, aldatu gabe, onartzen dituzten irudiak. Escherrek guztiak lortu zituen, honetarako ezagumendu matematikorik ez bazuen ere.

Escherren partiketen ezaugarria honakoa zen: berak errepikatzeko aukeratutako gaiak beti zerbait konkretua adieraztea. Honetaz ondoko hau esan zuen: *A rabiarek maisutasun handia lortu zuten gainazala irudi errepikakorrez betetzen. Tamalez, islamak irudiak debekatu egiten zizkien. Artista arabiar bat ere ez zen ausartu irudi ezagunak (adibidez txoriak, arrainak, narrastiak, pertsonak) elementu apaingarri bezala erabiltzera. Forma geometrikoetara mugatzea onartezina iruditzen zait; irudiak ezagutzearen posibilitatea bait da nerretzat gai honetan dudan interes iraunkorraren arrazoi nagusia.*

Escherrek ez zuen egin gai nagusitzat partiketa zuen lanik. Partiketa tresna gisa, aldiz, metamorfosi eta zikloetan erabiltzen zuen. Lanen batean metamorfosia bakarrik landu bazuen ere (*Metamorfosia I*) gehienetan metamorfosia eta zikloak nahastu egiten zituen. 1958an agertu zen *Gainazalaren partiketa periodikoa* liburuan, Escherrek metamorfosi baten egoera ezberdinak maisuki azaldu zituen (2. irudia):

4. fasean, irudia paralelogramo zuri eta beltzetan dago banaturik.

5. fasean, lerro zatitzaileak kolorez aldatzen dira eta tolesten hasten dira, kanporako plegu bati barrurako beste bat dagokiolarik.

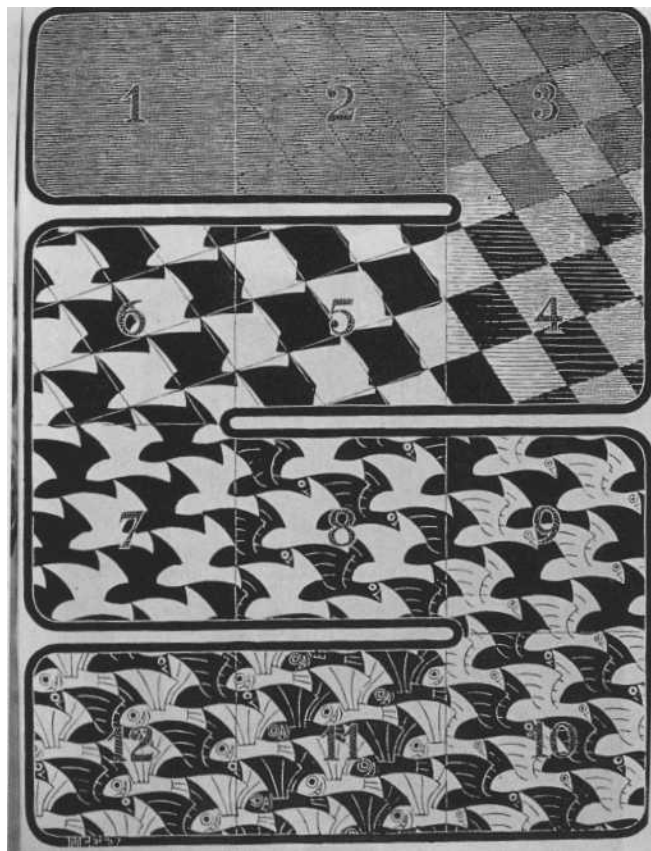
6. eta 7. faseetan, prozesu berak segitzen du; 7. fasean lortutako irudia amaierarte mantenduko da. Jatorrizko paralelogramoen arrastorik ez dago. Hala ere, gainazal berbera da eta irudien arteko ukiguneak ere ez dira lekuz aldatu.

8. fasean, irudi beltzetan sartutako xehetasunek hegazti hega bihurtzen dituzte, alde zuriak zeruarena eginez.



1. irudia. Zortzi buru, zurean egindako marrazkia, 1922. Azpian, alderantzizko inprimaketa.

Matematikaren inguruan



2. irudia. *Metamorfosi baten sorrera.*

9. fasean, aldiz, hegazti zuriak hondo beltzean ditugu: gauak ontzea estaltzen du.

10. fasean, zergatik ezin liteke estali gainazala hegazti zuri eta beltzez?

11. faseak bi interpretazio ezberdin onar ditzake. Hegaztien isatsean begia eta ahoa irudikatuta eta burua isats bihurtuta hegoak hegal bihurtzen dira automatikoki, arrain hegalar bihurtuz.

Azkenik, 12. fasean, bi animala mota agertzen dira batera: hegazti beltzak eskuinerantz eta arrain zuriak ezkererantz.

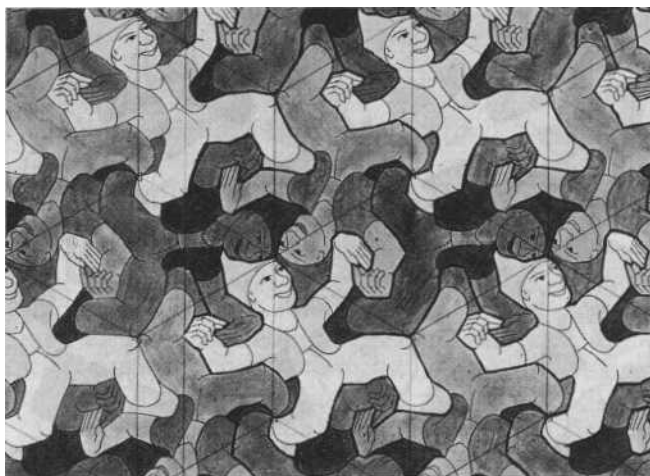
Metamorfosia II, 1939-40, da Escherren irudirik handiena. Marrazkiaren neurriak 4 m luze eta 20 cm altu dira. 1967an sei aldiz handiagotu zen eta Escherrek 3 m luzatu zuen Posta-bulego batean jartzeko. Lan honek Escher metamorfosiaren teknika lortzen ez zela gehiegi luzatu esaten digu. Harrigarria da karratuetatik sugandilak gero hexagono bihurtzeko nola ateratu daitezkeen ikustea.

Irudirik miretsiena *Eguna eta gaua* (1939) da. Eskuinetik ezkerrean egunaren eta gauaren arteko aldaketa geldoa da eta lurretik zerurako igoera geldoa bai- na segurua.

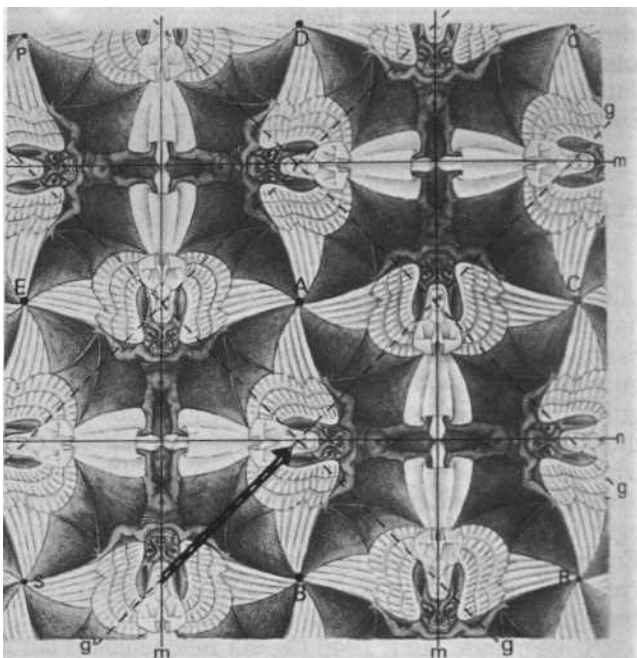
Zikloen artean, 1938ko *Zikloa* litografia dugu, zeinetan partiketak hiru simetri puntu ezberdin bait ditu. Batean hiru buruak biltzen dira, bigarrenean hiru oinen orpoak eta hirugarrena hiru belauen ukigunea da (3. irudia). Beste bat, *Aingeruak eta deabruak* (1941) dugu.

Honetan, partiketa periodikoak simetria laukoitza dauka. Hegoen muturrek elkar ukitzen duten puntu guztietan 90° ko biraketa egin dezakegu irudia bere buruarekin bat etorri arte (4. irudia). Hala ere, puntu guztiak ez dira berdinak. A, P, Q, R eta S puntuak eta B, C, D eta E puntuak ez dira berdinak. Halaber, aingeru eta deabru guztien ardatzetatik lerro horizontala eta bertikala marra ditzakegu, guztiak simetri ardatzak izanik. Bestalde, aingeruen buruetatik pasatzen diren eta aurreko ardatzekin 45° ko angelua osatzen duten zuzenak marra daitezke. Hauek ez dira simetri ardatz zuzenak, baina ardatz batekiko isladapena egin eta gero bere norabidean transladatu egiten badugu, irudia ez da aldatuko. Bertsio hau geroago erabiliko du berriro Escherrek limite zirkularrak eta esferak egiteko.

Bukatzeko, 1942an Escherrek zigilu txiki bat egin zuela esango dugu. Karratuaren alde guztietan hiru

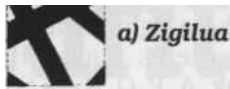


3. irudia. *Gainazalaren partiketa erregularra izakiek.*

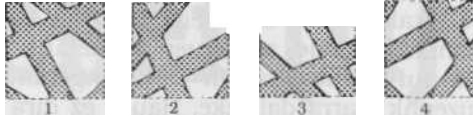


4. irudia. *Biraketa, isladapen eta translazioaren ardatzak.*

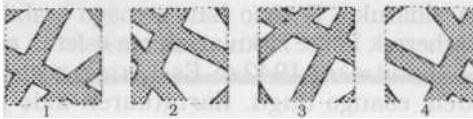
Matematikaren inguruan



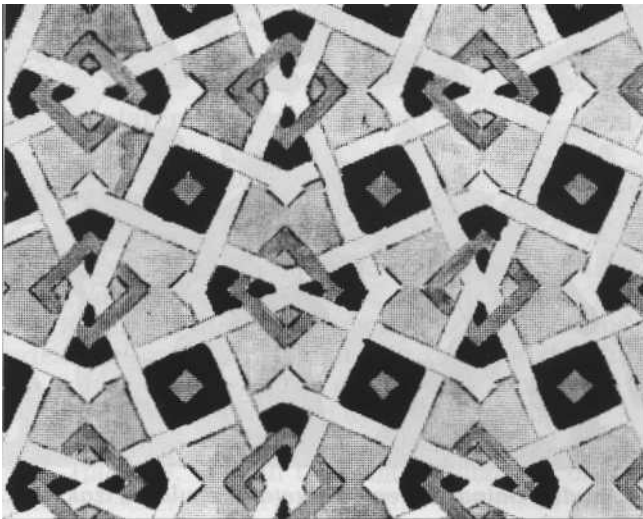
b) Inprimaketa desberdinak



c) Alderantzizkoak



d) Zigiluz egindako apaingarria



5. irudia.

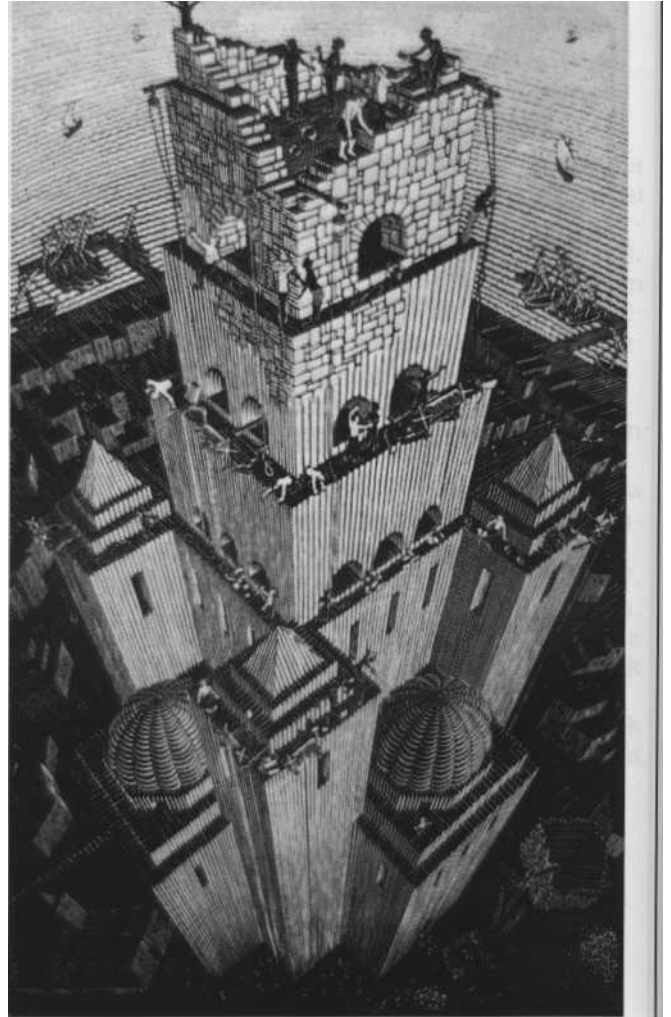
lotura ikus daitezke. Zigilua lau posiziotan inprima daiteke. Zigilu honekin eta bere alderantzizkoarekin Escherrek diseinu ezberdinak egin zituen (5. irudia).

Perspektiba

Perspektiba klasikoak koadroarekiko paralelo-sortak paralelo irudikatzeko agintzen digu. Lerro-sorta hauek, beraz, ez daukate ihes-punturik, edo bestela esan, beren ebaki-puntua infinituan dago. Aitzitik, gure esperientziak dorre bati behetik begiratzen diogunean lerro bertikalek puntu baterantz jotzen dutela diosku. Puntu hori zenita da. Begirada beheanzkoa izanez gero, nadir puntua agertzen da. Puntu hau azaldu zuen Escherrek 1928ko *Babelgo dorrea* zurean egindako marrazkian [1]; baita 1935eko *San Pedro, Erroma* marrazkian ere [2]. 1946an erabili zuen Escherrek lehenengo aldiz zenita ihes-puntu bezala "ex libris" batean (*Aterako gara* izenekoan).

Beste mundu bat I, 1946 [3], eta *Beste mundu bat II*, 1947 [4], irudietan Escher zenita, nadirra eta ihes-puntua berbera izatea lortzen saiatu zen. Lehenengoa ez zitzaion gustatu; puntua tunel baten iluntasunean

desagertzen bait zen. Bigarrenean, aldiz, puntu hiru-koitz hori hiru leiho bikoitz berdinsuren bidez iradokitzea lortu zuen. Bat aurretik ikusten den bitarteari beste bat azpitik eta azkena gainetik ikusten dira, lehenengoaren ihes-puntua, bigarrenaren zenita eta azkenaren nadirra puntu bera izanik.



(1) *Babelgo dorrea, marrazkia (1928).*

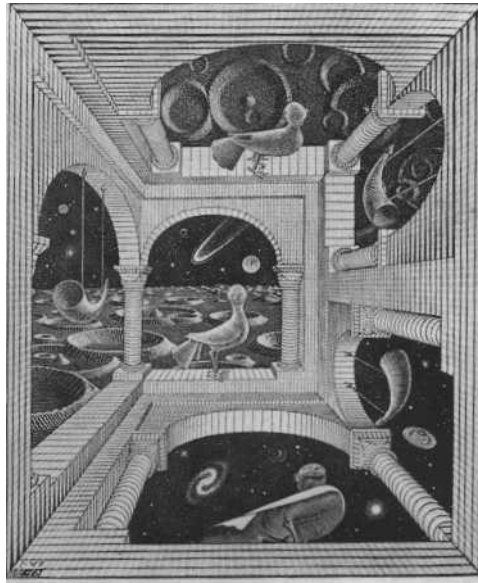


(2) *San Pedro, Erroma, zurean egindako marrazkia (1935).*

Matematikaren inguruan



13] *Beste mundu bat I, tinterdia (1946).*



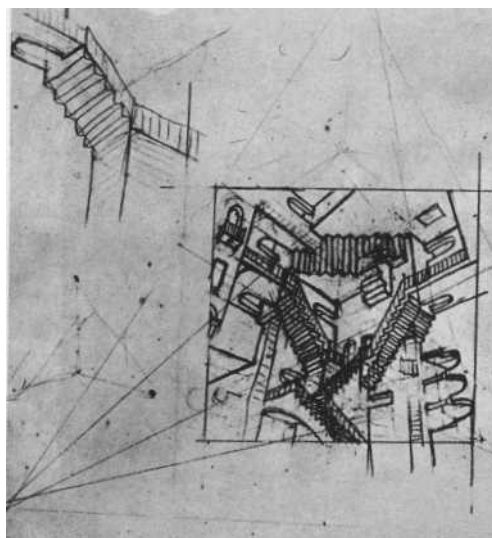
14] *Beste mundu bat II, xilografia (1947).*

zilindro baten gainazalean ikusten du, eta a eta b hariak zilindroan a' eta b' elipseerdi bezala ikusten dira. Elipseerdi hauek V_1 eta V_2 ihes-puntuetan elkartzen dira. Guzti hau bi dimentsiotan irudikatzen, zilindroa PQ eta RS lerroetatik ebakiz eta goiko gainazala lautuz, a' eta b' sinusoide bihurtzen dira. Escher emaitza honetara intuizioz heldu zen; berak ez bait zekien sinusoide zirena.

Goitik eta behetik lana onenetakoa da [6]. Bertan erdiko puntua goiko aldearen nadirra eta behekoaren zenita da. Esan dugunez, lerro bertikalak kurbatuak dira, baina guztiek zentzurantz jotzen dute. Irudi hau ondo ulertu ahal izateko lehenengo erdi bat (goikoa edo behekoa) estali behar da eta gero bestea. Horrela bi ikuspuntu ezberdinetatik (*goitik eta behetik*) gauza

Erlatibitatea (1953) litografian, ordea, hiru ihes-puntu daude, koadrotik at 2 metro aldeko triangulu aldeakidea osatuz (6. irudia). Hemen hiru mundu guztiz ezberdin bildu dira batean. Ez badirudi ere, irudiaren hiru dimentsioko eredu egin liteke [5]. Agertzen diren 16 izakiak hiru taldetan bana daitezke: guretzat zutik daudenak, burua ezker aldean daukatenak eta eskuin aldean dutenak taldeetan. Erdi aldean dauden hiru eskaileretatik bi erabil ditzakete zutik daudenek. Beste taldekoek ere egin al dezakete hori?. Goiko eskaileran mundu ezberdineko bi lagun daude angelu zuzena osatuz. Gerta al daiteke gauza bera besteetan?

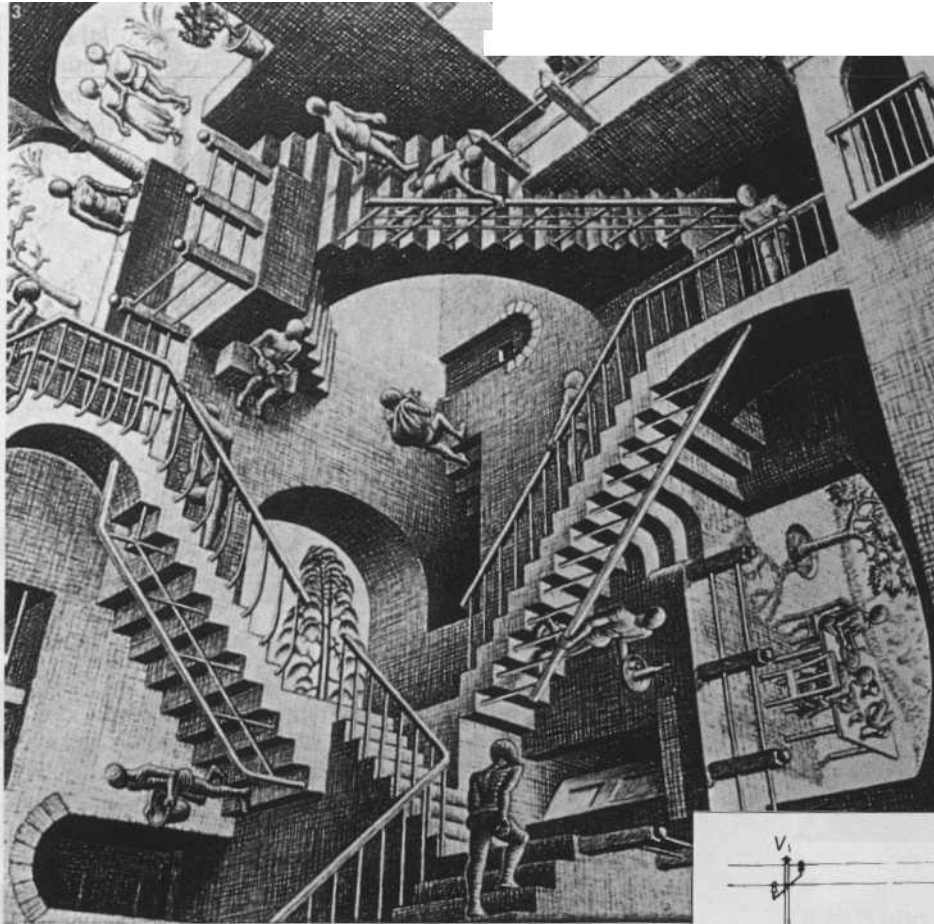
Goitik eta behetik marrazkian lerro bertikalak kurbatuak dira, eta ez zuzenak ohizko perspektibak dioen bezala (7. irudia). Hau da perspektiba-arloko Escherren berrikuntza. Lerro kurbatuak hobeto egokitzen zaizkio espazioaz daukagun pertzepzioari. Nola bururatu zitzaion Escherri lerro zuzenak kurbatuaz ordezkatzeara?. Galdera honi erantzuteko ikus dezagun 8. irudia. Pertsona bat, hariak bi zutoinen artean osatzen dituzten lerro paraleloei begira datza. Beregandik punturik hurbilenak P eta Q dira. Aurrera begiratzat gero V_1 punturantz jotzen dutela ikusiko du eta atzerantz begiratzat V_2 punturantz. Lerroen jarraitasuna mantenduz, lerro kurbatuak agertzen dira. Baina zein lege geometrikori jarraitzen zaizkio lerro hauek?, zer kurba-mota dira?, zirkulu, hiperbola edo elipsearen segmentuak al dira?. Irudian agertzen da eskema. Begia O puntuan badago, ikusten duenak



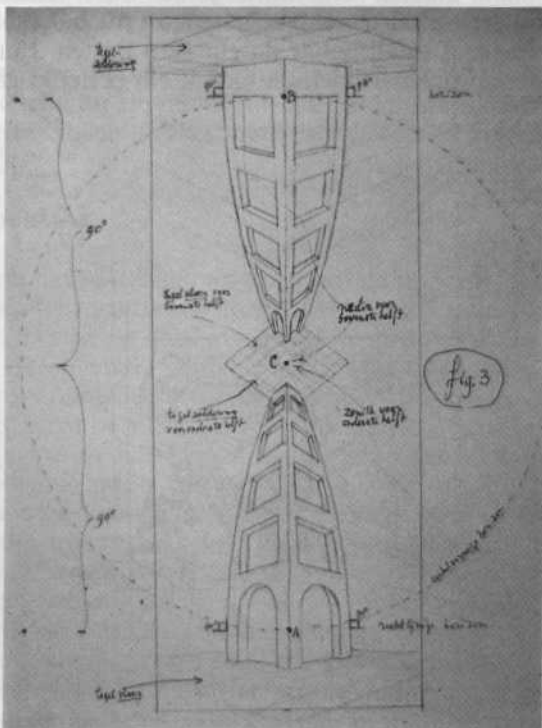
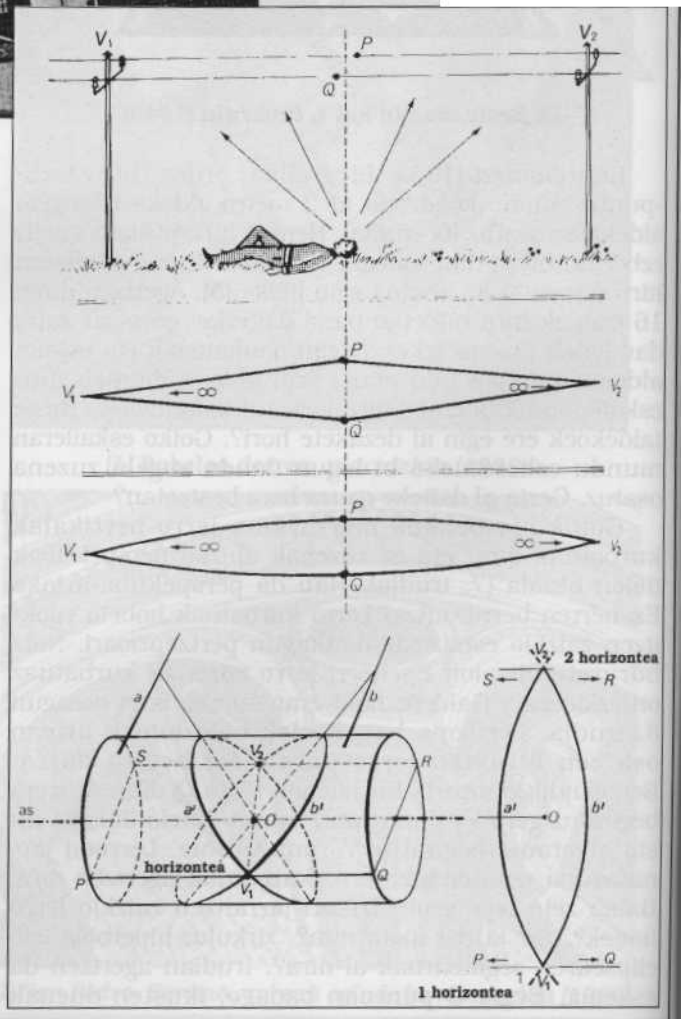
6. irudia. *Erlatibitate-marrazkiaren estudioa, hiru ihes-punturekin, lapitzez (1953).*

Matematikaren inguruan

(5) Erlatibitatea, litografia (1953).



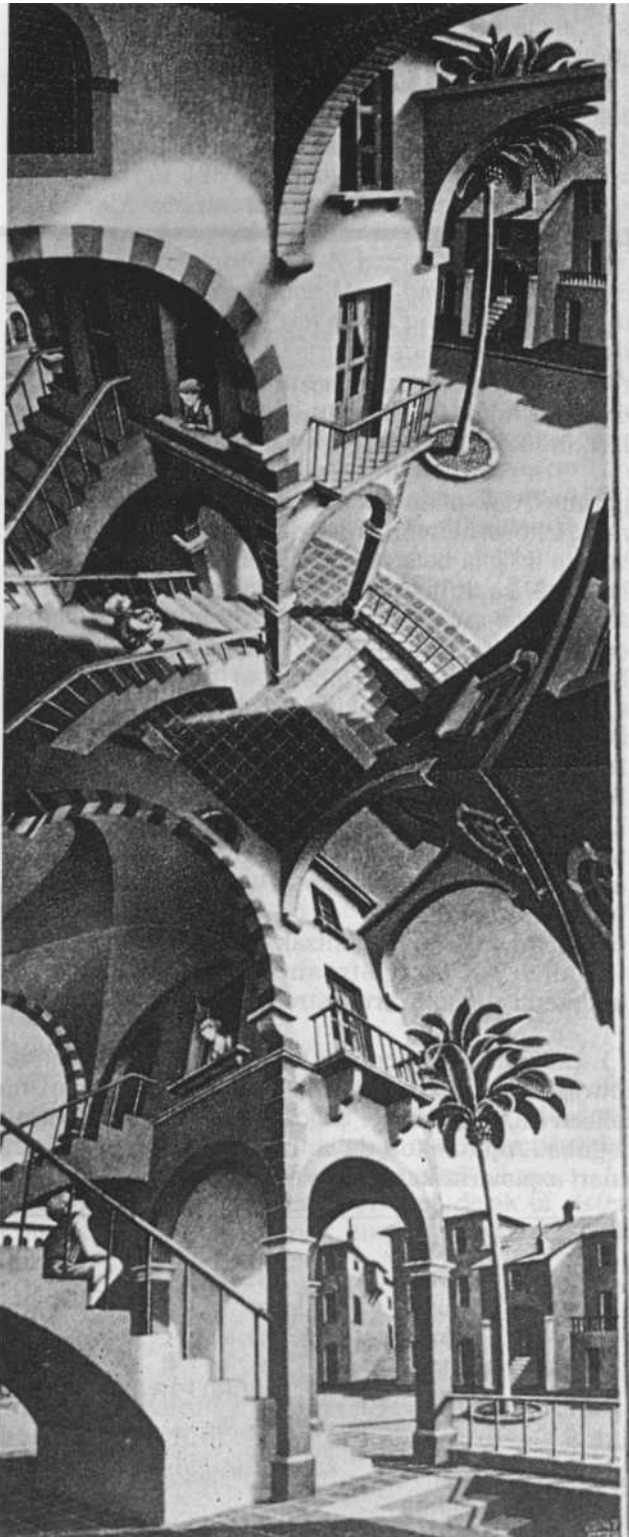
8. irudia. Lerro kurbatuen sorrera.



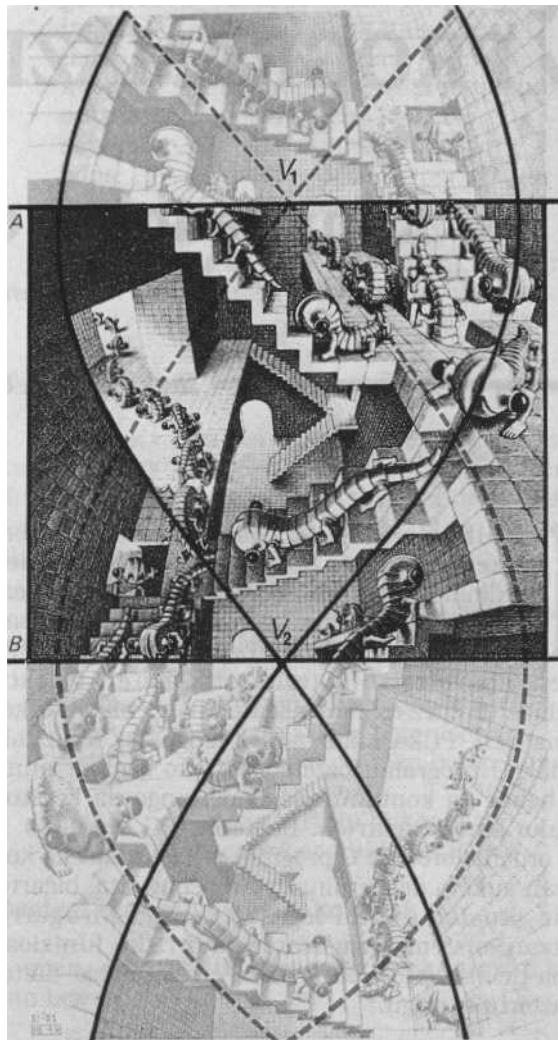
7. irudia. "Goitik eta behetik" lanaren eraiketa.

Matematikaren inguruan

bera ikusten dugula konturatuko gara. Erdi aldean dagoen zoladura hiru aldiz agertzen da: goian sabai bezala, behean zohi gisa eta erdian sabai eta zohi bezala. Erdi alde hau da harrizten gaituena. Erdiko lerroa goitik behera pasaz gero, lurrean egotetik zintzilik egotera pasa liteke, eta alderantziz. Goiko aldea ez da behekoaren ispilu-islada. Escherrek irudi honetan



(6) *Goitik eta behetik, litografia (1947).*



9. irudia. *Irudiaren sorrera islada bidez.*

bi efektu bilatu zituen: lehenengoa lerro bertikalak (eta zenbait lerro horizontal ere bai) kurbatzea eta bigarrena nadirra eta zenita puntu berean biltzea.

Perspektiba berbera erabili zuen *Eskailera-kutxa* (1951) litografian (9. irudia). Irudiaren azpian datzan egituraren lerro batzuk irudikatu dira. Honek agerian uzten ditu bi ihes-puntuak, bertatik lerro horizontalak marratu direlarik. *Tramankulu-animaliatxo* bakoitzarekiko zehaz daiteke ihes-puntua zenita, nadirra ala punturik urrunena den. Adibidez, erdi aldeko animaliatxo handiarentzat V_1 punturik urrunena da eta V_2 nadirra.

Hemendik, animaliatxo bakoitzarentzat kutxaren hormek esanahi ezberdina izango dutela (sabaia, zohia edo horma) ondorioztatzen da.

Bestalde, A eta B arteko zatiak oinarrizko elementu ditu. Irudiaren goiko eta beheko aldeak isladapen bidez eraiki dira.

Norbaitek pentsa lezake Escherrek erabili zuen perspektiba zilindrikoa esferikora zabal litekeela. Escherrek ez zuen horrelakorik egin, baina zergatik ez? E