

ERLATIBITATE OROKORRAREN ERAGINPEAN

Iñaki Martin Axpe

EINSTEINEK 1905. urtean Erlatibitate Bereziaren Teoria (EBT) plazaratu zuenean, denborari buruz geneukan kontzeptua irauli egin zuen erlatiboa zela esanez. Hamar urte geroago ostera, are ustegabe harri-garriagoa utzi zigun: ezagutzen ditugun espazio eta denbora... kurbatuak omen dira. Baina zertaz ari zen *kurbatu* zioenean?

Elhuyar. Zientzia eta Teknikaren aurreko alean, EBT ikusi genuen. Orduan EBT-k behatzailea abiadura konstantez higitzen denean soilik balio duela esan genuen. Behatzaileak azeleraziorik izatekotan, teoria orokorragoa behar dugu; Erlatibitate Orokorraren Teoria (EOT), hain zuzen. Teoria honek, EBT baino arraragoa izateaz gain, formulazio matematiko zailagoa ere eskatzen du. Honen kariaz, errege-la eta erlojuz beteriko EBT-ren demostrazioak aurkitzea nahikoa erraza izan arren, askoz murrizta-goak izaten dira EOT-ri buruzko

azalpenak. Dena dela, irakurlea ez uxatzeko EOT-ra arretaz hurbiltzen saiatuko gara.

EBT eta grabitazioa

Grabitazioa, hots, planeten (eta masa duten gorputz guztien) elkarrekiko erakarpena azaltzen duen legea, Newtonek asmatu zuen (ikus 1-A irudia), eta mendetan zehar praktikan ikusten zena azaltzeko baliagarria izan zen... zenbait salbuespen izan ezik. Baina aipatu genuenez, EBT-k formulak aldatzea eskatzen du, eta horrela EBT-ren eraginez betiko formulak 1-B irudian agertzen den itxura hartu behar du. Hala ere, formula berriaren emaitzak ez datoz bat esperimentiarekin. Aitzitik, formula zaharrenak baino are okerragoak dira.

Horiek horrela, egoera honetara heldu gara: alde batetik EBT-k ez du azeleratzen ari diren behatzai-

leentzat balio, eta bestetik ez da grabitazioa azaltzeko gauza. Hone-tan oinarrituta, azelerazio eta grabitazioaren artean nolabaiteko er-laziorik izan daitekeela pentsatzeak nahikoa logikoa dirudi, eta erlazio hori frogatzea izan zen Einsteinen lana.

Espazio/denbora eta EOT

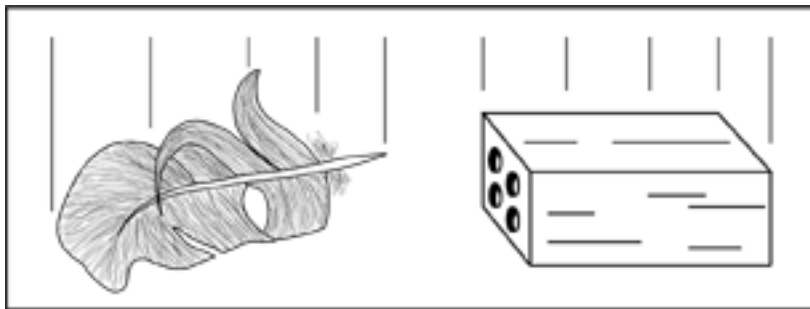
Gertakari guztiak leku eta den-bora batean burutzen dira. Espazio eta denbora barik ez dago ezer; inon eta inoiz argi eta garbi gertatu ez den ezer ez bait da gertatu. Es-pazio/denbora, beraz, munduaren oinarri, egitura edo *ontzia* da.

Aspaldidanik, Galileo-k eriden zuen gorputz guztiak (bai astunak eta bai arinak) azelerazio berberaz erortzen direna gauza jakina zen, baina ez zion garrantzirik eman.

Orain pentsa dezagun kalean zehar doan bizikleta batek leku zehatz batean salto egiten duela. Horren zioa bizikleta, txirrindula-ria, errepidea edo haizea izan daitekeela pentsatuko dugu. Baina geroago automobil batek ere, leku

$\nabla^2 \varnothing = 4\pi G \cdot \rho$	A	$\varnothing \equiv$ <i>potenzial grabitatorioa</i>
		$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$
$\left(\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right) \varnothing = 4\pi G \cdot \rho$	B	$\rho =$ <i>masa - dentsitatea</i>
		$\nabla^2 \equiv$ <i>laplacetar eragilea</i>

1. irudia.
Newtonen grabitazio-legea (A) eta EBT-rena (B).



2. irudia.
Galileok hala luma nola adreilua azelerazio berberaz erortzen direla jakin erazi zigun (hutsean, noski, airearen marruskadura ekiditeko). Einsteinek arrazoia azaldu zigun: espazio/denboraren izakera.

berberean, salto egiten du, eta gaur bera gertatzen zaio autobus bati, eta kamioi bati. Hori ikusita koan honakoa esango dugu: saltoaren arrazoiak ez du ibilgailuekin zerikusirik; oinarriaren izakerekin, hots, errepidearekin baizik. Horixe bera esan zuen Einsteinek, hots, gorputz guztiak azelerazio berberaz erortzea ontziari zor zaio, espazio/denboraren izakerari, hain zuzen (ikus 2. irudia).

Bestetik, espazio/denbora zerbait gerta edo izan dadin behar-beharrezkoa denez gero, espazio/denborak gorputz guztiei eragiten die. Beraz, naturan ez dago zatiki askerik, eta behatzaile edo gorputz batek abiadura konstantez ibiltzeko aske izan behar duenez gero, ez da behatzaile inertzialik ($v=kte.$) ere egongo. Ondorioz, ez dago behatzaile pribilegiaturik. Behatzaile guztiak baliokide dira, hau da, erabateko erlatibitatea lortu dugu; dagoeneko ez bait dugu inolako murrizketarik egin behar (EBT-k $v=kte.$ eskatzen zigun).

Adibidez, astronauta bat grabitatzen ari da espaziuntzian eta halako batean horma baten kontra erortzen da. Ezinezkoa izango zaio gizakiari erorketa hori untzia azelerazioaren inertziaztatik edo planeta baten grabitazioetatik gertatu den jakitea (ikus 3. irudia).

Baina nola formulatzen da espazio/denboraren izakera hori? Eta

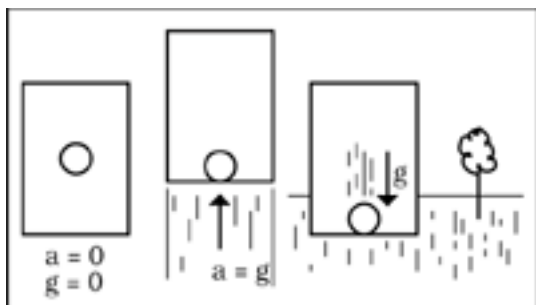
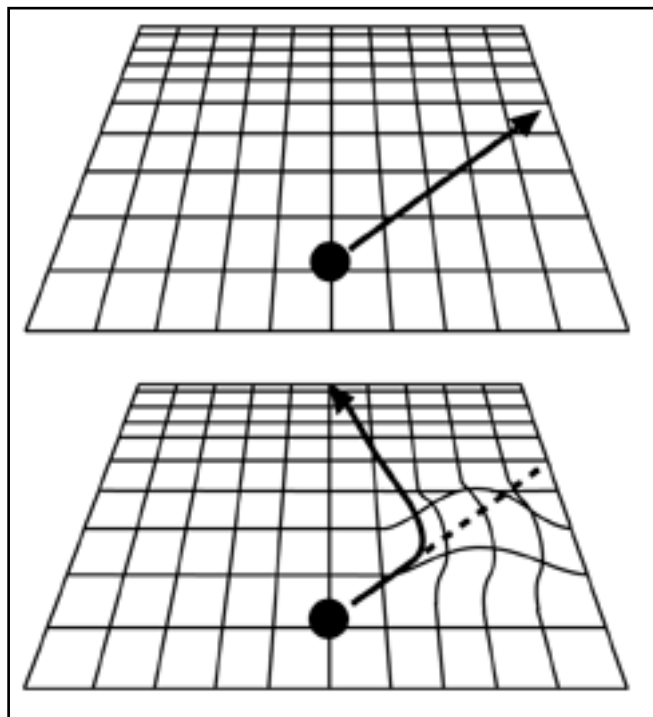
zelan erlazionatzen da gorputzen higidurekin?

Espazio/denboraren ezaugarriak

Lehentxeago, gorputzen erorketa espazio/denboraren erak eragiten duela ikusi dugu. Espazio/denbora hori launa bada, ez du ezer eragingo. Kurbatua izatekotan, ostera,

eragina ukanen du (ikus 4. irudia). Horiek horrela, gure espazio/denbora kurbatua da. Tamalez lau dimentsio (hiru espaziorako eta beste bat denborarako) dituenek, kurbadura hori ezin dezakegu ikusi. Matematikariek aldiz, ez dute mugarik ezagutzen, eta espazio/denboraren metrika arras aise adierazten dute. Matematikak menperatzen dituztenek koadroari begira diezaiokete, baina besteek hobe ez begiratzea.

4. irudia.
Bi dimentsioko espazio laun eta kurbatua. Launak ez du eraginik pilotaren ibilbidean. Kurbatuak pilotaren ibilbidea aldarazi egiten du.



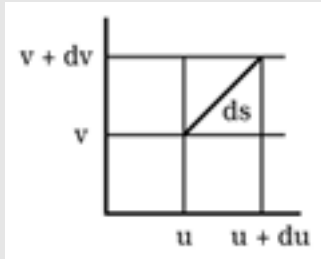
3. irudia.
Untzia azeleratzen bada, pilota zoluaren kontra estutuko da. Planeta baten grabitazio-eremuan kokatzen badugu, pilota zoluaren kontra estutuko da. Untziaren barruan dagoen behatzaileak ezingo ditu pilota estutzen ikusita egoera biak desberdindu.

EOT-REN ITXURA MATEMATIKOA

Puntu biren arteko distantzia. Metrika

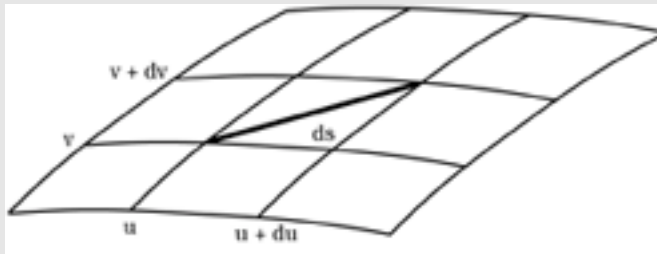
Metrika, puntu baten inguruko espazioaren ezaugarriak finkatzen dituena da.

Bi dimentsioko espazio launean



$$ds^2 = du^2 + dv^2$$

Bi dimentsioko espazio kurbatuan



$$ds^2 = \left[\left(\frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u} \right)^2 \right] du^2 +$$

$$+ 2 \left[\left(\frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial v} \right) + \left(\frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} \right) + \left(\frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v} \right) \right] du dv +$$

$$+ \left[\left(\frac{\partial x}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v} \right)^2 \right] dv^2 =$$

$$= g_{00} du^2 + 2g_{01} du dv + g_{11} dv^2$$

Edozein dimentsiotako espaziorako jeneralizazioa

$$ds^2 = \sum_i \sum_j g_{ij} dx_i dx_j$$

non $g_{ij} = g_{ji}$, eta g_{ij} koordenatuen funtzio bait dira.

EOT-ren ekuazioak

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \cdot R = \frac{8\pi G}{c^2} \cdot T_{\mu\nu}$$

$R_{\mu\nu}$ \int kurbadur tentsorea

$g_{\mu\nu}$ \int espazioaren metrika \int potentzial grabitatorioaren tentsorea

$T_{\mu\nu}$ \int energi eta momentu-tentsorea

Tentsorea, puntu batetik igarotzen diren bektoreen kopurua da. Gure kasuan, espazio/denborarako, $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$. Beraz hiru tentsore hauek 4×4 matrizeak dira eta simetrikoak direnez gero tentsore bakoitzak hamar osagai ditu. Osagaiak erlazionatzen dituzten ekuazioak ez dira batere errazak, ondoren ikus daitekeenez:

$$R_{\mu\nu} = \partial_\nu \begin{Bmatrix} \rho \\ \mu\rho \end{Bmatrix} - \partial_\rho \begin{Bmatrix} \rho \\ \mu\nu \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \lambda \\ \mu\rho \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \rho \\ \lambda\nu \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \lambda \\ \mu\nu \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \rho \\ \lambda\rho \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta\nu \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (\partial_\nu g_{\mu\alpha} + \partial_\rho g_{\nu\alpha} - \partial_\alpha g_{\beta\nu}); \text{ non } \partial_i, i\text{-rekiko deribatu partziala bait da.}$$

$$T_{\mu\nu} = \left(\frac{P}{c^2} + \rho \right) u_\nu u_\mu - \partial_{\nu\mu} \cdot P; \text{ non}$$

P \int presioa

ρ \int dentsitatea

∂_{nm} \int matrize unitatea

$$u_\nu = \frac{dx}{dt}$$

Ebazpidea

Masa puntuala bada (simetria esferikodun espazioa, alegia) eta inguruko masak arbuigarriak badira, honako ebazpide hau lortzen da koordenatu polarretan (r, θ, ϕ):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)} - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta \cdot d\phi^2)$$

Ikusten denez, $r = 2GM/c^2$ denean singularitate bat agertzen da. Hauxe da aipatutako zulo beltzaren muga.

Ikus dezagun bigarren ezaugarria orain. Teoria zaharretan (EBT barne, eta gaurko beste teoria grabitatorioetan ere bai), espazio/denbora zurruna zen, hots, gertakarien ontzia zen, baina gertakarietan eraginik edukitzeke. EOT-k, aldiz, espazio/denbora ere objektu dinamiko dela aldarrikatzen du, alegia, objektu eta gertakariak espazio/denbora deformatu egiten dute eta, alderantziz, espazio/denboraren deformazioek objektu eta gertakarien portaerari eragiten diote (ikus 5. irudia).

Beraz, espazio/denbora kurbatua izateaz gain, dinamiko ere bada.

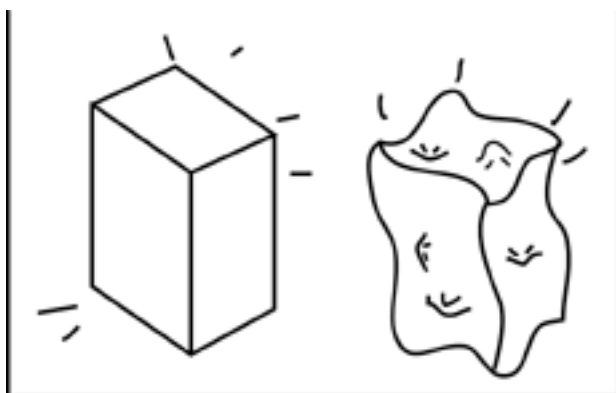
Deformazio horiek grabitazioarekin identifikatzea izan zen Einsteinen azken urratsa. Gutxi gorabehera honela azaldu zuen: orain arte masa batek bere inguruko objektuak inolako bitarteko edo baliabide barik erakartzen zituen. EOT-ren arabera, bere aldetik masa batek espazio/denbora deformatu egiten du eta deformazio honek bere inguruko objektuen ibilbideak baldintzatu egiten ditu (ikus 6. irudia).

Teoriari islada matematikoa eman zion formula batzuk medio. Formula horietan espazio/denboraren izakera, kurbadura eta jokoan dauden masa eta energiak erlazionatzen ditu, baina hain dira korapilotsuak, ezen koadroan aipatu bakarrik egiten bait ditut.

Ondorioak

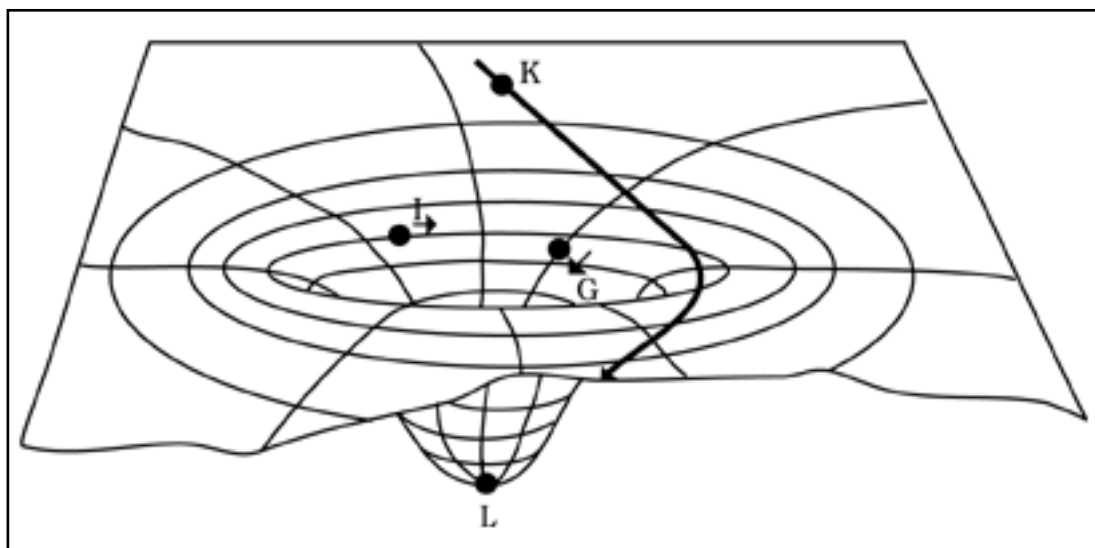
Espazio/denboraren ezaugarri hauek zenbait ondorio sortzen dute. Hona hemen ezagunenak:

- 1) Argiaren ibilbidea kurbatu egiten da masa baten albotik igarotzen denean, argia ere grabitazioak erakarri egiten duela eta (6. eta 7. irudietan ikus daitezke hori).
- 2) Grabitazioa zenbat eta handiagoa izan, hainbat eta astiroago doaz erlojuak.
- 3) Uretan agertzen direnak bezalako uhin grabitatorioak sortu



5. irudia.
Teoria tradizioaletan espazio/denbora zurruna da: ezerk ez dio eragiten eta ez dio ezeri eragiten. EOT-n, oster, deformatu egiten da gertakaria dela kausa.

6. irudia.
Masa baten eragina espazio/denboran. (L) Lurrak espazio/denbora kurbatu egiten du eta horren eraginez (G) gorputza Lurrerantz erortzen da, (I) Ilargia birakari da eta (K) kometaren ibilbidea aldatu egiten da.



behar dira. (Behar diogu, oraindik aurkitu ez direlako).

- 4) Ondoriorik ezagunena zulo beltzena da. Beraz, azter ditzagun astiroago.

Zulo beltzak

Einsteinen ekuazioak lehen aldiz ebatzi zirenean,

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

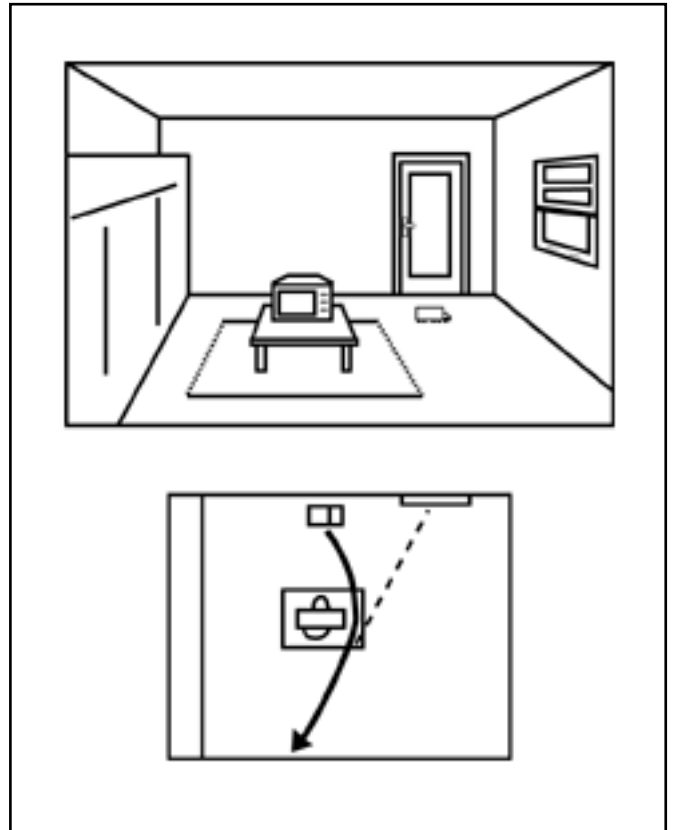
balioetarako ebazpenik ez zegoela ikusi zen. Zer gertatzen zen bada distantzia horretara? Hasiera batean gorputzak neurri hori baino txikiagoak ezin zitezkeela izan pentsatu zen, baina gero izar bat balio hori baino neurri txikiagoraino uzkur zitezkeela demostratu zen. Orduan ulertu zen R_s zer demontre zen; muga bat, hain zuzen. Gorputz batetik R_s baino distantzia txikiagora dagoen edozein gauzak (baita argiak berak ere) ezingo du ihes egin eta gorputzaren aurka erori egingo da. Baina argia ere ihes egiteko gai ez denez, guk ezin dugu gorputz hori ikusi. Horregatik zulo beltz deritzo.

EOT-ren eraginpean

Zer gertatuko litzateke gure Eguzkia (R_s) neurri hori lortzeko gai izango balitz? (Berez masa gutxiegi du hori lortzeko). Hasiera batean uzkuertzen ikusiko genuke; gero eta txikiago. Ondoren, txikiagotu ahala bere kolorea gero eta gorriago bihurtuko litzateke, eta azkenean desagertu egingo litzateke. Beraz, planetak ezdeusaren inguruan biraka arituko lirerateke. Ezdeusaren inguruan? Ez, guk ez genuke Eguzkia ikusiko, baina bere masa hor legoke puntu batean bildurik. Puntu horretara hurbildu ahala, ez genuke ikusiko, baina 3 km-ra (Eguzkiarentzat $R_s = 3$ km delako) hurbilduz gero, ezingo genuke atzera itzuli. 3 km-ko muga igaro ostean, gu ere (argia bezala) gatibu gertatuko ginatete eta puntuaren aurka zapart egingo genuke.

Zulo beltzak sortzeko behar den dentsitateari antzemateko, gogora ezazu datu hau: Lurraren R_s 1 cm-koa da, hau da, Lur osoa 1 cm baino erradio txikiagoko esfera ba-

7. irudia. Argiaren kurbadura G handiko mundu batean. Telebista ikusten ari den pertsona batek norbait egongelara sartzeaz dagoela entzun du. Kamioiarekin estropozu egingo du pentsatzen du. Baina bestea sartu eta kamioian zehar pasatu da estropozurik egin barik. Izan ere kamioia telebista atzean dago, ate aurrean dagoena telebistaren masak eragindako irudiaren kurbadura delarik.



teraino uzkuertuta balego ezingo ginatete hortik atera eta ez gintuzkete kanpotik ikusi ere egingo. Edo beste hitzetan esanda, gure Lurrak zulo beltz bihurtzeko 1 cm-raino uzkuertu beharko luke.

Kontuz, dena dela, *bidaia* hauekin: gure gorputzak ez luke ezer berezirik ikusteko edo nabaritzeko bezain luze bizirik iraungo eta.

Ero munduan

Masek eragiten duten kurbadura hori bizimodu arruntean ez ikustearren arrazoia G balioa izugarri txikia izatean datza ($G = 6,672 \times 10^{-11}$, hain zuzen). Baina zer gertatuko litzateke balio hori askoz handiagoa izango balitz? Hasteko, ezin genuke Lurrean bizi. Bere erakarpenean indarra hain litzateke handia, ezen zoluaren kontra zapalduko bait gintuzke. Izarrek ere ez lukete zerua zipristin gisa argiztatuko; gehienak zulo beltz bait lirerateke. Ikusiko genituzkeen gorputz guztiak gorriskak izango lirerateke. Izan ere, gela bat bonbila gorritz argiztatzen duzunean bezala ikusiko genuke G txikiko mundu hori.

Kasu honetan ere, arrazoi desberdinengatik, bikien paradoxa gertatuko litzateke. Biki bi jaiotako egunean hauetariko bat itsasmai-

lara eta bestea mendi-tontor batera eramango bagenu, denbora igaro ahala berriz elkartuta, lehena gaztea eta bigarrena agurea lireratekeela egiaztatuko genuke.

Gainera zailtasun itzela izango genuke objektuen kokapena gure posizioaren arabera zehazteko (ikus 7. irudia).

Eta guzti honetatik, azkenean zer?

Balitzko adibide hauek oso ondo daude, baina eguneroko bizimoduaren azken finean ez ditugu EBT eta EOT-ren bitxikeriak inondik ere somatzen; ez denbora erlatiboa eta ez espazio/denbora kurbatua ere. Eta, egia esan, teoriak zientzi arloetan aplikazio ugari izan arren ikusten dugun mundua dakusagun bezalakoa dela sinetsita ez dago akats handirik.

Hala da, bai, baina guk ere ezin dezakegu jakinmina eten; ezin zergatikoa gosea ase. Munduaren funtzionamenduak dituen lege ez-kutuak agerian jartzen lagun diezagun edozein urrats kilikagarri gertatuko zaio jakinminotsuari. Izan ere, esoterismoko fantasiak zurbil geratzen dira ET-ren aurrean. Beste behin, errealitateak fikzioa gaudituko du.