

ZIFREN HISTORIA (IV)

Patxi Angulo

Urrats erabakiorra

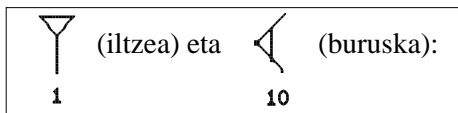
Orain arte ikusi ditugun zenbaki-sistemetan zifrek balio finko bat zeukaten. L zifra erromatarrak adibidez, edozein lekutan kokaturik ere, 50 balioko du beti. Gure sisteman berriz ez: 79876 zenbakian ezkerretik lehenengo zazpiak 70.000 balioa hartzen du eta besteak 70 balioa, hau da, zifra baten balioa posizioaren menpe dago. Horri posizio-printzipio deritzo.

Sistema txinarrean ordena ezberdineko balioen artean ordenaren ikurra idazten zen.



Printzipio hau lortu arte gizakiak buelta asko eman zuten zifren inguruan.

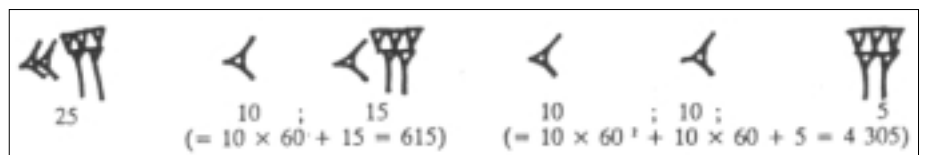
Oinarritzko erregela hau babiloniarrek asmatu zuten K.a. 2000 urtearen hasieran. Hamurabi erregearen garaian (K.a. 1792-1750) astronomo eta matematikari babiloniarrek sortu zuten zenbaki-sistema aurreenetakoa zen. Zifra-aren balioa, posizioaren arabera aldatzen zen. Hirurogeitar oinarrian idazten zituzten zenbakiak bi ikurren bidez



1etik 59rainoko zenbakiak printzipio batukorraren bidez eta hortik aurrera posizio-printzipioz. Sistema hau gurearen antzekoa bazen ere, unitate-ordena ba-koitzean printzipio batukorra erabiltzen zuten eta 59rainoko zenbakiak adierazteko ez zuten ikur ezberdinik erabiltzen. Honek zalantza asko sortu zuten. Baina zailtasun honek beste sakonago bat ezkututzen

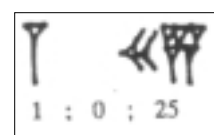
	TRANSKRIPZIOA	ITZULPENA
	1	25
	2	50
	3	1;15
	4	1;40
	5	2;05
	6	2;30
	7	2;55
	8	3;20
	9	3;45
	10	4;10
	11	4;35
	12	5;
	13	5;25
	14	5;50
	15	6;15
	16	6;40

Susa-ko tauleta (K.a. II. milurtearen lehenengo erdian dataturik). 25 zenbakizko biderkaketa-tauleta



25, 615, 4305 zenbakien adierazpenak antzekoak dira

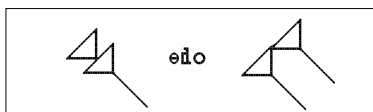
du. Nola adierazi unitate-ordena batetan ez dela zifrarik behar? Hots, nola idatzi 203, 1003 zenbakiak? Posizio-printzipioa erabili nahi bada, 3 lehenengo lekuan, 2 hirugarrenean eta bigarrenean eza adierazteko zerbait idatzi behar da. Babiloniarrek ez zuten oraindik kontzeptu hau ezagutzen K.a. 1200 urtean. Hasieran bi ordenen artean hutsune bat uzten zuten



(= 1 x 60 + 0 x 60 + 25)

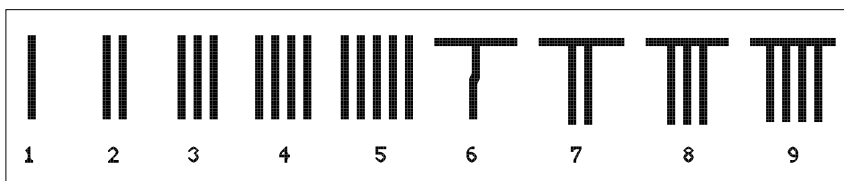
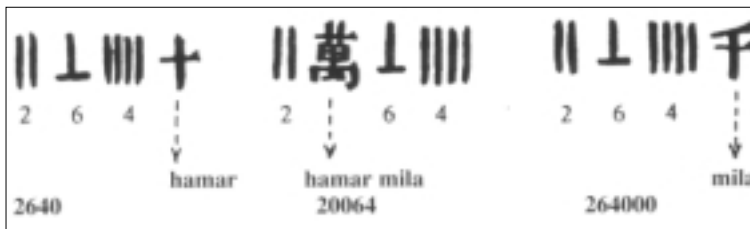
Matematika bitxiak

baina ez zen hau soluzio egokia izan. Azkenik, K.a. III. mendean ordena baten eza adierazteko beste ikur bat asmatu zuten

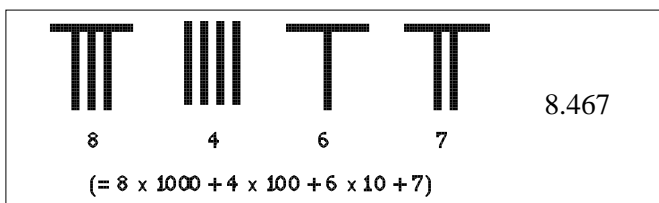


Hau da zerorik zaharrena. Baina hau ez zuten zenbakitzat hartu; hutsaren zentzuan baizik.

Bi mila urte geroago txinatarrek erregela hau eriden zuten. Han dinastiaren garaian (K.a. II - K.o. III. mendeak) marra horizontal eta bertikalen bidezko sistema asmatu zuten. Marra



horizontalari 5 balioa ematen zitzaion. Hortik aurrera zenbakiak posizio-printzipioaren arabera adierazten ziren:



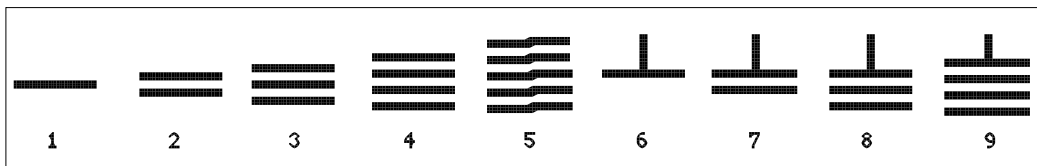
Sistema honek arazo bat izan zuen: zenbaki baten zifrak marra bertikalez bakarrik idazten zirenean (434), ezin zen jakin zein zenbaki zen (344, 443, 2324, ...). Geroago marra horizontal eta bertikalak elkarrekin trukatu zituzten eta geroago bi sistema hauek nahastu egin zituzten, ondoz ondoko ordenak sistema ezberdinez adieraziz: unitateak, ehunekoak, hamar mila-koak, ... marra bertikalez idatziz eta besteak, hamarrekoak, milakoak, ... marra horizontalez. Arazo ba-

ko zenbakikuntza txinatarren ikurraz baliatu ziren. Beste batzuek zenbakiak lauki batzuen barruan idatzi zituzten, falta zen ordenaren laukia hutsik uzten zutelarik. Baina K.o. III. mendera arte ez zuten zeroa lortu. Matematikari eta astronomo hinduek eraginda lortu zen.

Lehenengo hemeretzi zenbakien adierazpen maia

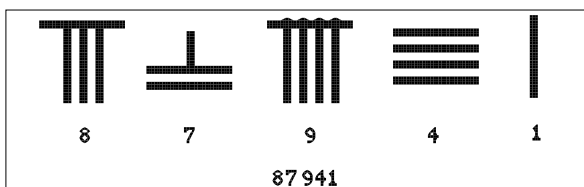
1	.	11	
2	..	12	
3	...	13	
4	14	
5	=====	15	
6	..	16	
7	..	17	
8	...	18	
9	19	
10	=====		

beste variante grafikoak



tzuk konpondu ziren. Hala ere, zero kontzeptua ulertzeko zenbait mendek pasatu behar izan zuen.

Ordena baten falta adierazteko, batzuek hutsune bat uzten zuten. Hori ez zen bide ona izan, eta azkenik ohiz-



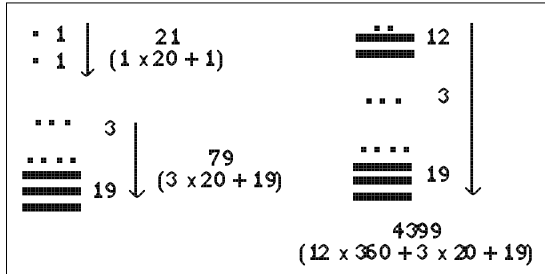
koan beren gizartearen gailurrera heldu ziren arlo askotan: artean, eskulturan, arkitekturan, matematikan, heziketan, Astronomian, esaterako, europarrek baino datu zehatzagoak lortu zituzten; matematikan posizio-printzipioa eta zeroa ere ezagutzen zituzten.

Dresde-ko Codex-ean (IX. mendekoan) sazerdote maiek artean hogeitar oinarriko sistema bat (zeroduna eta posizio-printzipioa zeukana) zeukatela azaltzen da.

Zenbait mende geroago, Ertamerikan maiek aurrerapen berberak lortu zituzten. Kristau-aroaren lehenengo milurte-

Matematika bitxiak

Sistema honen arabera lehenengo hemeretzi zenbakiak puntuz eta marraz idazten ziren. Hortik aurrera zenbakiak zutabeka adierazten ziren. Zutabeetan ordena adina solairu zegoen. Bi ordenetako zenba-



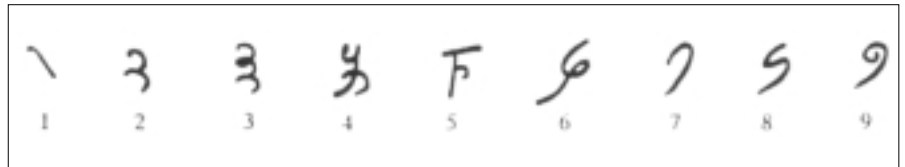
kietarako unitateak behekoan eta hogeikoak goikoan. Hiru ordenetakoetan, hirugarren solairuan ez ziren lauhunekoak idazten uste bezala; 360koak baizik. Hurrengo solairuetan hogeitar oinarriari jarraitu zitzaion. Horregatik 4. solairukoak 7.200en multiploak dira, 5. solairukoak 144.000ren multiploak, ... Zifrek

atarramendu onik ateratzen jakin. Babiloniarrei sistema erabili zuten bi mila urteetan ez zitzaien zifra bakoitza ikur berezi bati lotzea bururatu; txinatarrek idazkera ideografikoa erabiltzen segitu zuten eta maiek zenbakiak printzipio batukorraz idazten zituzten.

Zeroari esker babiloniarrek aurrerapen nabariak lortu zituzten; eragile aritmetiko bezala erabiltzen bait zuten. Maiek, aldiz, hirugarren solairuan agertzen zen berezitasuna zela eta, ezin izan zituzten aurrerapenak eragiketetan aplikatu. Hutsune hauei esker, sistema hauek ez zuten eragiketak egiteko balio izan.

Zenbaki-sistema modernoa

Zenbaki-sistema modernotik gertu gaude. Nork ote du gure sistemaren asmatzailea izatearen ohorea?



Kodizetako zeroaren glifoan adierazpenak

beren lekua gorde zezaten, ordena bat falta zenerako, zeroa asmatu zuten.

Hasieran zifrekin batera, zegozkien ordenen ikurrak idazten zituzten. Geroago, ikur hauek ez zirela beharrezkoak ohartu ziren eta kendu egin zituzten. Hirugarren solairuko 360 ordenaren arrazoia astronomian bilatu behar da. Egutegi maietan lehenengo solairuak egunak adierazten ditu, bigarrenak hila-beteak (20 egunekoak), hirugarrenak urteak (360 egunekoak), ...

Hauek izan dira zero zifra eta posizio-printzipioa sortu zituzten lehenengo herriak. Hala ere ez zuten

Mende honen hasieran historialari batzuek greziarrei eman zieten ohore hori. Baina ez dago berau frogatzen duen dokumenturik. Gorago ikusi dugunez, greziarrek bi sistema erabili zituzten historian zehar: erromatarren sistemaren baliokidea dena bata, eta alfabetikoa bestea. Ez batean, ez bestean, ez zen zero zifra agertzen. Are gehiago, posizio-printzipioa ere ez zuten ezagutzen.

Ezpairik gabe matematikari hinduek merezi dute ohorea. Indiako iparraldean K.o. V. mendearen inguruan jaio zen gure sistemaren arbasoa.

Antzinako zenbakikuntza hinduak, ikusi ditugunen antza zeukan, baina sistema modernoaren ezaugarri bat bazeukan jadanik: bederatzi zifrak ikur ezberdinez adierazten ziren. Hala ere, zenbaki bat idazteko printzipio batukorra erabiltzen zuten. Hortaz antzeko mugak aurkitu zituzten. Zenbaki handiak idatzi ezin zituztenez, letra guztiekin idaztea bururatu zitzaion:

<i>eka</i>	<i>dvi</i>	<i>tri</i>	<i>catur</i>	<i>pañca</i>	<i>sat</i>	<i>sapta</i>	<i>asta</i>	<i>nava</i>
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Lehenengo bederatzi zenbakiak izen berezia zeukaten. Hamarrari eta bere berredurei izen bereziak ipini zizkieten. Beste zenbakiak izen konposatuz idazten zituzten. Beraiek, ezkerretik eskuinera ordena gorakorra erabiltzen zuten. Zenbaki bat idazteko unitate eta hamarrekoen artean hamarraren izena tartekatzen

1 <i>kin</i>	=	20 <i>kines</i>	=	20	egun bat
1 <i>uinal</i>	=	18 <i>uinales</i>	=	18 x 20 e	= 360 egun
1 <i>tun</i>	=	20 <i>tunes</i>	=	20 x 20 e	= 7.200 egun
1 <i>katun</i>	=	20 <i>katunes</i>	=	20 x 20 x 18 x 20 e	= 144.000 egun
1 <i>baktun</i>	=	20 <i>baktunes</i>	=	20 x 20 x 20 x 18 x 20 e	= 2.880.000 egun

10	<i>dasa</i>
100	<i>sata</i>
1 000	<i>sahasra</i>
10 000	<i>ayuta</i>
100 000	<i>laksa</i>
1 000 000	<i>prayuta</i>
10 000 000	<i>koti</i>
100 000 000	<i>vyarbuda</i>
1 000 000 000	<i>padma</i>
.....

446 742 173 729 551 636

6, 3 *dasa*, 6 *sata*, 1 *sahasra*, 5 *ayuta*, 5 *laksa*, 9 *prayuta*, 2 *koti*, 7 *vyarbuda*, 3 *padma*, 7 *kharva*, 1 *nikharva*, 2 *mahapadma*, 4 *sankha*, 7 *sandra*, 6 *madhya*, 4 *antya*, 4 *pararddha*.

(hitzez hitz:

SEI, HIRU hamarreko, SEI ehuneko, milako BAT, ...)

zuten, hamarreko eta ehunekoaren artean ehunaren izena, eta abar.

Ohituraren eraginez eta labor beharrez matematikari eta astronomo hinduek oinarriaren eta bere berreduren izenak kendu egin zituzten, ordena mantenduz. Horrela ahozko posizio-zenbakikuntza lortu zuten. Aurrerapen honek beste bat ekarri zuen: ordena baten falta adierazteko zerbait behar zutela konturatu ziren.

Horretarako śūnya (hutsa) hitzaz baliatu ziren. Orain bai, sistema modernoaren hiru oinarriak bazeuzkaten:

- zifra ezberdinak 1etik 9rainoko zenbakietarako
- posizio-printzipioa
- zeroa

Hala ere, oztopo bat gainditu behar zuten artean. Beren sistema berria, zeroa barne, ahozkoa zen. Azken bi oinarriak, ezagutzen diren dokumentuen arabera, beranduenez K.o. V. mendean bazekizkiten. Egutegi Juliarreko 458.eko abuztuaren 25ean, jainiar mugimendu erlijioso hinduko kideek argitaratu zuten Lokavibhāga izeneko tratatua 14236713 zenbakia agertzen da:

triny ekam sapta sat trini dve catvary ekakam
(hitzez hitz: hiru bat zazpi sei hiru bi lau bat)

Azpimarratzekoa da enuntziatu bakoitzaren ondoan sthānakramād (hitzez hitz: posizioaren ordenean) hitza ez-adituentzako laguntza bezala agertzea. Beste aipamen berezi bat: zenbaki batean zifra baten errepikapenaz ez aspertzeko zifra horren izenaren sinonimoak erabili zituzten:

4 320 000

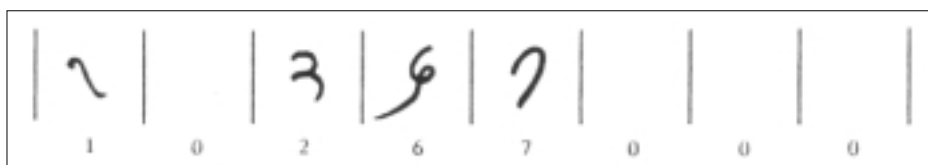
viyadambarakasasunyayamaramaveda

Eguzkia	Atmosfera	Espazioa	Hutsa	Bikoterik behinena	Rama	Veda
0	0	0	0	2	3	4

Honek matematika poetizatu egin zuen eta kalkulua memorizatzea erraztu zuen.

Jakin badakigu aritmetikari hinduak kalkuluan oso trebeak zirela. Baina gure kalkularen oinarria ezarri baino lehen (beste herrietan bezala) tresna ezberdinez (abako, zenbatze-aula, ...) baliatu ziren. Hinduek zutabezko abakoa harean irudikatzen zuten. Eskuineko lehenengo zutabearen unitateak, bigarrenaren hamarrekoak, hirugarrenean ehunekoak, etab. idazten zituzten antzinako zifrak erabiliz. Baina metodo hau gogaikarria eta zaila zen.

K.o. VI. mendearan hasieran ahozko eta idatzizko zenbakikuntzak nahastu egin zituzten, ahozko zen-



10.267.000

bakikuntzaren abantailak besteari ezarri zizkiotelarik. Aldi berean abakoaren irudiari jarraituz, zenbakien idazkeraren zentzua aldatu egin zuten. Zeroa puntu batez edo (arrazoi ezezagunengatik) biribil txiki batez adierazi zuten. Pixkanaka-pixkanaka aldakuntza inportanteak ezarri ziren. Horrez gain erregelak laburtu eta hobetu egin ziren. Beren adoreari esker hinduek ia-ia oraingo eragiketa-teknika bezain simple eta azkarra lortu zuten duela hamabost mende.

Hala ere, azken aurrerapausoa eman behar zuten artean: zero kontzeptu abstraktuaren normalizazioa; izan ere, orduraino hutsune, zutabe hutsa, edo leku hutsak esanahia bait zeukan. Aurreko zero guztiak bezala hutsuneak betetzeko erabiltzen zen. Baina hinduak gai izan ziren oztopo hau gainditzeko eta mendeerdira, zeroak huts eta ezereza esanahiak bazeuzkan.

Honi esker, 628. urtean datatutako lan batean Brahmagupta matematikari eta astronomoak honako hau erakutsi zuen: oinarritzko sei eragiketak (batuketa, kenketa, biderkaketa, zatiketa, berreketa eta erroketa), ondare, zor eta ezerezarekin (hau da, zenbaki positibo, negatibo eta nuluekin) nola egin zitezkeen. Algebra modernoa jaioa zen.

