

# ZIFREN HISTORIA (I)

## Historiaurrea

Antzinako gizakiak zentzuez baliatzen ziren kantitateak adierazteko eta zenbait animalia bezala ez ziren kopuru handiak bereizteko gai, (geuk ere, gaur, hiru trilioi kantitatea ulertzen ez dugun bezala).

Asmatu ziren lehenengo zenbakiak bata eta bia izan omen ziren. Bata, bere burua (talde baten barruan) adierazteko. Baita zakilduna (emakumezkoengandik bereizteko) edo gizakia (animaliengandik bereizteko) adierazteko ere.

Bia, bikoiztasunaren adierazle zen (ematasuna eta gizontasuna, bizitza eta heriotza, egia eta faltsua, ongia eta gaizkia, eta abar).

Oro har esan daiteke hortik (bitik) aurrera kopuru handiagoak bereizteko ez zela ikur berezirik erabiltzen eta kopuru handiak adierazi behar zituztenean ikur bera erabiltzen zuten, edozein kantitate izanik ere. Honen lekukoak inguruko zenbait hizkuntzatan aurki daitezke: frantsesean trois (hiru) eta très (oso) antzekoak dira, ingelesean three (hiru) eta throng (makina bat), latinean lehenengo lau zenbakiak bakarrik deklinatzen ziren.

Esan liteke, beraz, garai hartan “zenbakien ulermeari dagokionez giza ahalmena ez zela lautik pasatzen”. Horrek ez gaitu harritu behar lehen begiradaz ilada batean zenbat kotxe dagoen asmatzeko gu geu ere ez garela gai kontutan hartzen badugu.

Nola ikasi zuten, beraz, lehenengo biztanleek zenbatzen? Galdera honi erantzuteko, zenbakien bi formak (kardinala eta ordinala alegia) bereiztu eta ulertu behar dira. Adibide batez azalduko dugu hau: “Otsailak 28 egun dauzka” esaten badugu, otsailaren egun-kopuruaz ari gara. Hortaz, 28 zenbakiak kardinal bat adierazten du. Aitzitik “gaur otsailaren 28a da” esanez gero, gaur otsail hilaren 28. eguna dela esaten ari gara. Beraz, ordena adierazten dugu, hots, forma ordinala.

Hasiera batean, parekatze-metodoa erabili zuten, hau da, ale bakoitzagatik koska bat egiten zuten makila batean, edo harri bat hartzen zuten, edo gorputzaren atal bat ukitzen zuten. Baina, hori ez zen aurrerapen handia izan. Izan ere gauza bera berriro zenbatu behar zutenean, koskak egiten hasi behar izaten zuten berriz. Esate baterako artalde bat goizez ateratzen zenean eta arratsaldez gordetzen zutenean zenbatu egin behar zuten ea baten bat galdu zen jakiteko.

Ginea Berriko papuek gorputza erabiltzen zuten zenbatzeko mende honen hasieran. Gorputzaren atal bakoitzak zenbaki bat adierazten zuen eta zenbaki bateraino zenbatzeko, aurreko zenbaki guztiei zegokien atalak ukitzen zituzten ordena mantenduz. Esaterako 10 zenbatzeko eskuineko eskuaren txirkanda (1), maiztekoa (2), erdikoa (3), erakuslea (4) eta erpurua (5), gero eskuturra (6), ukondoa (7), sorbalda (8), belarria (9) eta begia (10) ukitzen zituzten. Baina, hori egin eta gero, 10 zenbatu zutela esan nahi bazuten ez zuten eskuineko begia zuzenean ukitzen; baizik eta txirkanda (1)-etik hasten ziren. Honek zenbakien ideia abstrakturik ez zeukatela esaten digu.

Hemen esandakoa antzinako bizilagunei aplikatu dakieke eta ezpairik gabe gorputza aritmetikaren lehenengo euskarria izan zela esan dezakegu. Horra hor, bestela, oraindik bizirik dirauen eskuen hatzamarrez zenbatzeko ohitura.

Teknika hauen bidez bi formak bereizten ikasi zuten une berean zenbatzen ere ikasi zutela esan genezake. Bereizketa egiteko ahalmena gizakiena zela frogaturik geratu zen. Geuk hain sarritan erabiltzen ditugu bi formak, ezen askotan ezberdintasuna ahaztu egiten bait dugu.

## Oinarrien asmakuntza

Bereizketa egiteko ahalmena lortu eta gero beste arazo batekin egin zuten topo: kopuru handiak zenbatzeko ezin zituzten harriak, makilak, koskak, etab. etengabe erabili. Soluzioa ez zen, bestalde, zenbaki (kopuru) bakoitzari izen berezia ematea. Hortaz gizakia kopuru handienak ahalik eta ikur-kopuru txikienez adierazi beharrean aurkitu zen.

Hori lortzeko herri ezberdinek sistema ezberdinak asmatu zituzte. Hauen artean zabalduena 10 oinarriduna da. Herri askok erabili izan du hau, baina nola egin zuten?. Erantzuna ematearren, adibide bat jarriko dugu (pentsa ezazu artean ez zekitelako idazten): kolore ezberdinetako tirak hartzen zituzten; zuria, urdina, gorria, ... Animalia bakoitzeko tira zurian maskor bat sartzen zuten. Tira honetan hamar maskor zuzenean atera egiten zituzten eta tira urdinean bat sartzen zuten. Tira zurian hasten ziren berriz maskorak sartzen. Gero, tira urdinean hamar maskor pilatzen zituztenean, atera egiten zituzten eta tira

gorrian bat sartzen zuten. Horrela, animaliak bukatzen zirenean bi maskor tira gorrian, sei tira urdinean eta hiru tira zurian zeuzkaten, 263 kopurua adieraziz. Guzti hau fitsik ere esan gabe egiten zuten.

Sistema honen erabilpenaren froga zenbait hizkuntzatan aurki dezakegu: ahozko zenbaki-sistema txinatarrean esaterako:

<i>yī</i>	<i>èr</i>	<i>sān</i>	<i>sì</i>	<i>wu</i>
1	2	3	4	5
<i>liù</i>	<i>qī</i>	<i>bā</i>	<i>jiù</i>	<i>shí</i>
6	7	8	9	10
11	<i>shí-yí</i>	(hamar-bat)		
12	<i>shí-èr</i>	(hamar-bi)		
13	<i>shí-sān</i>	(hamar-hiru)		
20	<i>èr-shí</i>	(bi-hamar)		
30	<i>sān-shí</i>	(hiru-hamar)		
40	<i>sì-shí</i>	(lau-hamar)		
100	<i>bai</i>			
200	<i>èr-bai</i>	(bi-ehun)		
300	<i>sān-bai</i>	(hiru-ehun)		
1000	<i>qiān</i>			
2000	<i>èr-qiān</i>	(bi-mila)		
3000	<i>sān-qiān</i>	(hiru-mila)		

Hamar oinarriak badu abantaila bat oinarri handiagoekiko; bere erabilgarritasuna hain zuzen. Baina, zergatik ez oinarri txikiagoak?. Horren arrazoa adierazpenetan bilatu beharko genuke: 4326 bi oinarrian 11100110 da. Dakusazunez zifra-kopuru handiagoa behar da.

Baina hamar oinarria erabiltzearen arrazoa ez dugu abantaila matematikoetan bilatu behar; gure eskuetan baizik. Izan ere gizakiak betidanik erabili ditu eskuak zenbatzeko, eta eskuetan hamar behatz daude hain zuzen.

Ez da hamar oinarria erabili den bakarra. Bost, hoge, hamabi eta hirurogei oinarriak ere erabili izan dira.

Bost oinarria erabiltzearen arrazoa eskuan aurkitzen dugu. Zenbatzeko esku bateko behatzak erabiltzen ziren eta objektuak bostnaka biltzen zituzten, hau da, ezkerreko eskuan bost behatz altxaturik zeudenean jaitsi egiten ziren eta eskuineko eskuan bat altxatu. Horrela hogeamarreraino zenba zezaketen. Zenbait hizkuntzatan aurki daiteke bost oinarriaren aztarna. Esate baterako Hebrida Berrietako Api hizkuntzan

<i>tai</i>	1	
<i>lua</i>	2	
<i>tolu</i>	3	
<i>vari</i>	4	
<i>luna</i>	5	(hitzez hitz: eskua)
<i>otai</i>	6	(hitzez hitz: bat berria)

<i>olua</i>	7	bi berria
<i>otolu</i>	8	hiru berria
<i>ovari</i>	9	lau berria
<i>lualuna</i>	10	bi eskuak)

11, <i>lualuna i tai</i>	esaten da	(= 2 x 5 + 1)
12, <i>lualuna i lua</i>	esaten da	(= 2 x 5 + 2)
15, <i>toluluna</i>	esaten da	(= 3 x 5)
16, <i>toluluna i tai</i>	esaten da	(= 3 x 5 + 1)
20, <i>variluna</i>	esaten da	(= 4 x 5)
24, <i>variluna i vari</i>	esaten da	(= 4 x 5 + 4)

Hogei oinarriaren adibideak ere aurki ditzakegu urrunera joan gabe; euskaraz hain zuzen ere. Euskaraz lehenengo hogei zenbakiak badute izena eta hortik aurrera hogeinaka biltzen dira:

1	bat
2	bi
3	hiru
4	lau
5	bost
6	sei
7	zazpi
8	zortzi
9	bederatzi
10	hamar
11	hamaika
12	hamabi
13	hamahiru
14	hamalau
15	hamabost
16	hamasei
17	hamazazpi
18	hamazortzi
19	hemeretzi
20	hoge
21	hogeitabat
22	hogeitabi
23	hogeitahiru
24	hogeitalau
25	hogeitabost
26	hogeitasei
27	hogeitazazpi
28	hogeitazortzi
29	hogeitabederatzi
30	hogeitamar
31	hogeitamaika
32	hogeitamabi
33	hogeitamahiru
34	hogeitamalau
35	hogeitamabost
36	hogeitamasei
37	hogeitamazazpi

38	hogeitamazortzi
39	hogeitemeretzi
40	berrogei
50	berrogeitamar
60	hirurogei
70	hirurogeitamar
80	laurogei
90	laurogeitamar
100	ehun
200	berrehun
300	hirurehun
400	laurehun
500	bostehun
600	seiehun
700	zazpiehun
800	zortziehun
900	bederatziehun
1.000	mila
10.000	hamar mila
100.000	ehun mila
1.000.000	milioi bat
1.000.000.000	mila milioi
1.000.000.000.000	bilioi bat

Beste adibide batzuk aipatzearren: Maia, Azteka, Eskimal, Nigeriako Yebu eta Senegal garaiko Malinké tribuak, ...

Oinarri hau erabiltzen zuten herriek, oineko behatzak ere hartzen zituzten kontutan zenbatzeko orduan.

Hamabi oinarria aurrekoa baino zabalduagoa da eta hamar oinarriarekiko abantaila handia dauka: 12 zenbakiak 2, 3, 4 eta 6 zatitzaileak ditu, zatiketa egiteko kalkulua erraztu egiten delarik. Oinarri honen lekuko oraindik bizirik dirauten “dozena” eta “gruesa” (12 dozena) dauzkagu. Oinarri hau erabili zuten herrien artean sumeriarra, babiloniarra eta erromatarra aipa daitezke.

Bere jatorria ezezaguna da, hala ere eta seguraski eskuan bilatu beharko genuke. Izan ere, erpuruak kenduta, beste lau behatzetan hiru falange daude, guztira hamabi falange osatuz. Oinarri hau, gaur egun, India, Pakistan, Afghanistan, Egipto, Syria, Turkia eta abarretan erabiltzen da.

Dudarik gabe oinarriarik enigmatisikoena hirurogeitarra da. Zenbatzeko unitate bezala harturik, astuna egiten da. Hala ere, herri askok erabili du historian zehar. Horren aztarnak baditugu. Esate baterako, denboraren neurketa ordu, minutu eta segundotan egiten da; arkuak eta angeluak ere hirurogei oinarrian adierazten dira gradu, minutu eta segundoen bidez.

Sumeriarrak izan ziren erabili zuten lehenengoak. Hauek matema-

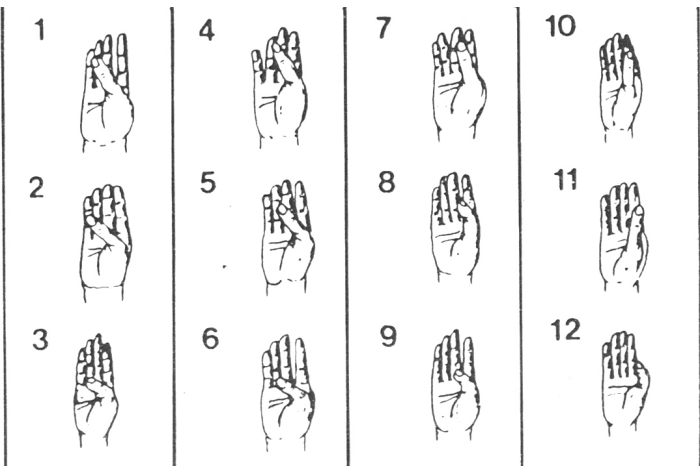
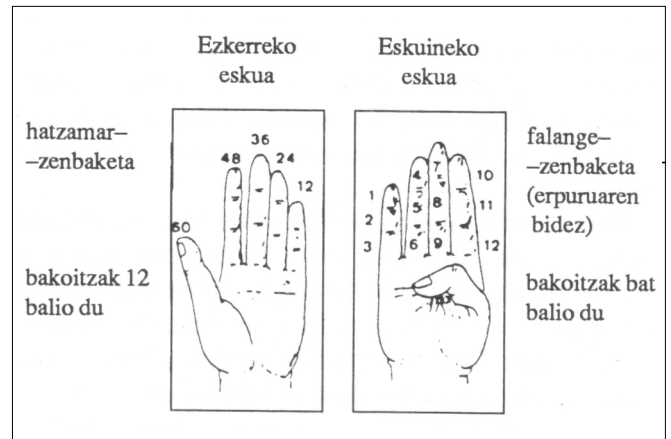


tikari eta astronomo babiloniarrei pasatu zieten eta hauek greziar eta arabiarrei.

Oinarri honen jatorriari buruzko hipotesi ezberdinak daude. Horietako batek bi zibilizazio ezberdinen elkar-tzean oinarritzen du bere argudioa. Pentsa dezagun batak hamar oinarria eta besteak hamabi oinarria erabiltzen bazuten, bi oinarriak bilduz gero, hipotesi honi jarraituz, hirurogei oinarria lor zezaketela. Izan ere 10 eta 12 zenbakien multiplo komunetako txikiena 60 bait da.

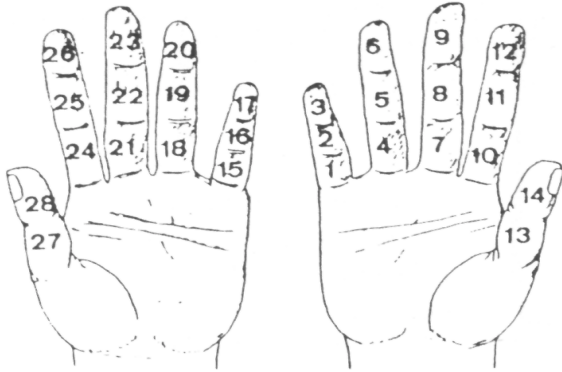
Beste posibilitate bat, hipotesi berean, bost eta hamabi oinarriek osatuko lukete. Kasu honen abantaila, 60, 5 eta 12 zenbakien biderkadura izatean datza. Hortaz, ez legoke multiplo komunetako txikiena bilatu beharrik. Honetaz gain sumeriarren hizkuntzan bost oinarriaren agerpenaren arrastoak aurki daitezke:

1	<i>gesh</i>	
2	<i>min</i>	
3	<i>esh</i>	
4	<i>limmu</i>	
5	<i>ià</i>	
6	<i>àsh</i>	(= a + sh = <i>ià</i> + <i>gesh</i> = 5 + 1)
7	<i>imin</i>	(= i + min = <i>ià</i> + <i>min</i> = 5 + 2)
8	<i>ussu</i>	
9	<i>illimmu</i>	(= i + limmu = <i>ià</i> + <i>limmu</i> = 5 + 4)
10	<i>u</i>	(hitzez hitz: hatzamarrak)

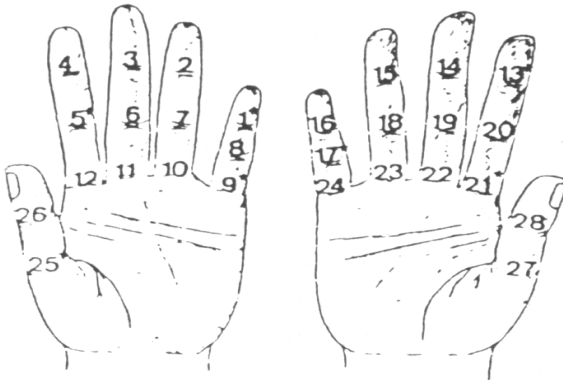


## Lehenengo kalkulagailuak

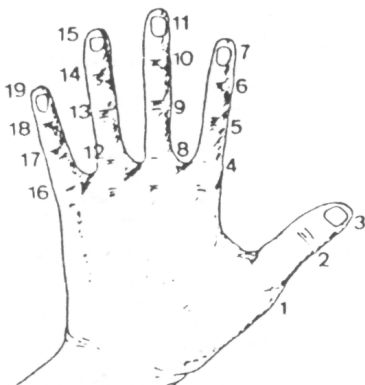
Gizakia, “zenbaki” kontzeptuaren erabilpenean aurreratzen zuen heinean, problema sakonagoak ebazten saiatzen zen. Aldi berean, baliabideak ere hobetuz joan ziren. Orduko gizakiaren eginkizunik garrantzitsuena ondareen kontabilitatea ematea izan zela esan dezakegu.



Hilerokoaren zikloa zenbatzeko



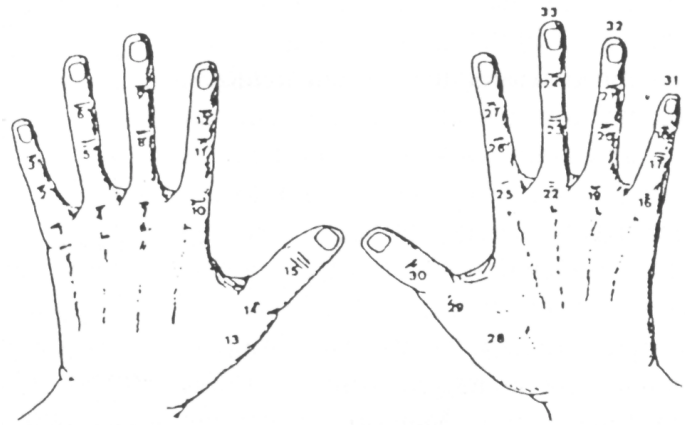
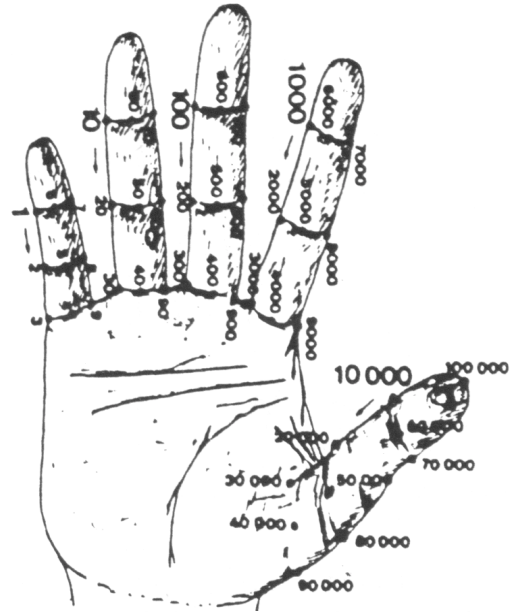
Eguzkiaren 28 urteko zikloa zenbatzeko



Ilargiaren zikloko 19 urteak zenbatzeko

Hasiera batean eskuez zenbatzen zuten. Hortaz, lehenengo kalkulagailua eskua izan zela onar dezakegu. Ez badirudi ere, eskuez hamar mila milioi zenba daiteke. Metodo ezberdinak garatu ziren falangeak eta falangeen arteko artikulazioak erabiliz. Zenbatzeko, lokarriak edo beste seinaleren bat jartzen zuten behatzetan edo beste eskuaz ukitzen zuten zenbakiari zegokion atala. Baina eskua erabiltzea ez zen zenbatze hutsera mugatu. Kalkuluak ere egiten zituzten eskuz. Esaterako, bazekiten eskuz biderkatzen.

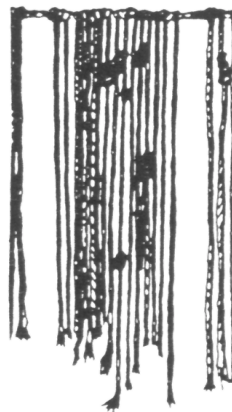
Esku batez ehun milaraino zenba daitekeen artean bi eskuak erabiliz hamar mila milioiraino luza daiteke.



Hiru alditan errepikatuz Ala-ren 99 atributuak (eulogiak) zenba daitezke.

Hala ere, eskuen bidez zenbakiak adierazi bakarrik egiten zituzten, baina ezin zituzten memorian gorde. Gizarteen arteko erlazioak, merkataritzaren garapenarekin batera areagotu zirenean, gizakia beste problema baten aurrean aurkitu zen: nola memorizatu ordurarte zenbatutakoa?

Problema honi aurre egiteko metodo eta tresna ezberdinez hornitu zen. Adibide bat ematearren, ketxuarrek erabiltzen zuten “quipu” (korapilo) izeneko tresna aipatuko dugu. Soka nagusi bat zuen eta honi beste soka-talde batzuk lotzen zitzaizkion, tarte erregularretan kokaturik. Tresna hauek beste funtzio anitz betetzen bazituzten ere, gehienbat zenbatzeko erabiltzen ziren. Zenbakiak (kopuruak) adierazteko korapiloak egiten zituzten soketan. Gaur egun, metodo hau zenbait lekutan aurki daiteke: Siberia, Hawaii, Nigeria, Mexiko Berria eta abarretan.



“quipu” ketxuarra



“quipucamayoc” ketxuar bat “quipu” bat erabiltzen

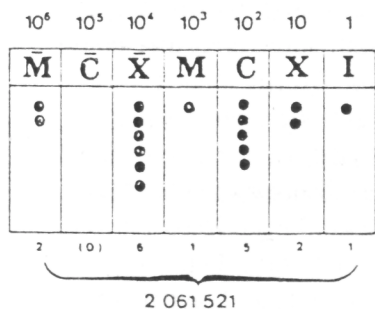
Historiaurreko beste metodo bat, hezurretan edo egurrean egindako koskena zen. Aztarnarik zaharrena “Aurignac” arotik (K. a. 35.000–20.000) datorkigu.

Hasieran koskak egitean zetzan metodoa. Geroago hobetuz joan zen eta sistema ezberdinak erabili ziren. Objektu-mota bakoitza ikur berezi batez seinalatzen zuten makilan edo hezurrean. Duela 150 urte Britainia Haundiko Hazienda-Ministraritzan honela eramaten zituzten artxiboak. XIX. mendearen hasieran Estatu frantsesean, Suitzan, Alemanian, eta abarretan kontu-liburuak makilak (taiak) ziren. Metodo hau dendari eta bezeroaren arteko truketan ordainagiri, faktura edo kreditu-txartel bezala erabili da.

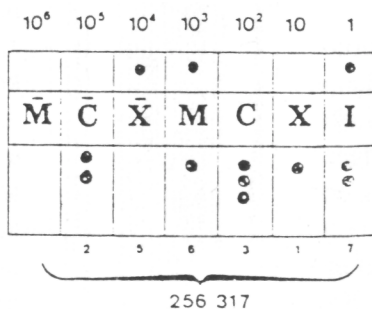
Badago, hala ere, aritmetikan eta kontabilitatean eragin handiagoa izan duen beste metodo bat; harrien pilaketarena alegia (harriak, edo makilak, maskorrek, fruitu lehorrak, etab).

Harrien pilaketak, koskaren metodoarekin batera, zenbaketaren 0 maila adierazten du, zeren ez bait du zenbakien ezagumendu abstraktuaren beharrik.

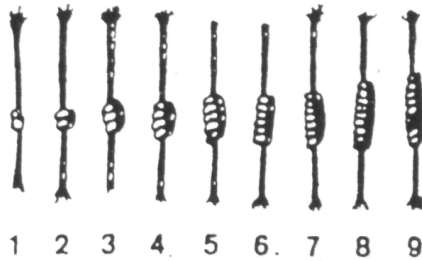
Gizakia oinarriak erabiltzen hasi zenean, nahikoa malgua suertatu zen aurrera jotzeko.



abako erromatarraren hasiera: A lehen abakoa

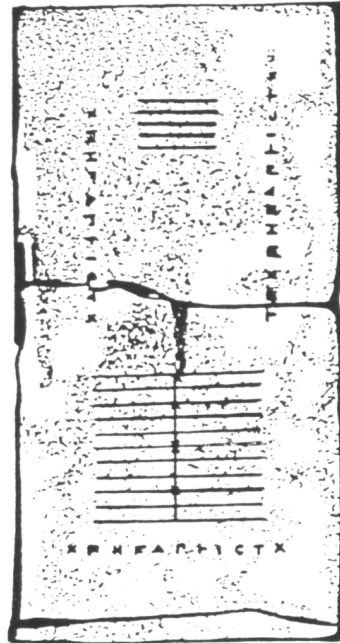


B abako laburtua

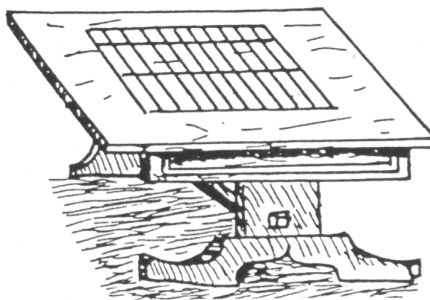


milakoak	3000	
ehunekoak	600	
hamarrekoak	3000	40
unitateak	600	3
	40	
	3	

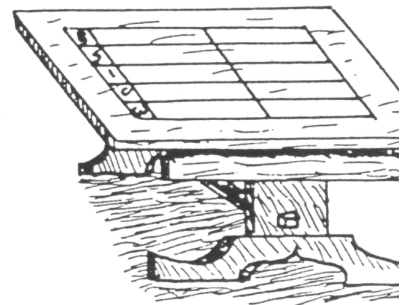
3643



Salaminako taula (Hasieran joko-taula zela uste zen, baina kalkulu-tresna da)



Errenazimentu garaiko fitxa-taula europarrak



Lehenengo abakoak lurrean egiten ziren, zanga paraleloen bidez. Geroago ohol edo harrietan, marra paraleloen bidez. Zanga eta marra bakoitzak balio ezberdina zuen, balioa oinarriaren menpe zegoelarik.

Harriak, calculus-ak, eta geroago fitzak, zanga eta marren gainean jartzen ziren, bakoitzak marra edo zangaren balioa hartzen zuelarik.

Ekialdean, aldiz, bolazko markadoreak sortu ziren eta funtzionamendu bera zeukaten. Tresna hauekin zenbatu ezezik eragiketak ere egin zitzaizkion. Gaur egun abakoak erabiltzeko ohitura handia dago oraindik Txinan, Japonian, SESBean, eta ekialde osoan. ○