Patxi Angulo

ZENBAKIAK

Zenbaki guztiak ez dira mota berdinekoak. Esate baterako 2 eta √ - 2 edo 3i eta -1. Horrexegatik beraien konplexitatearen arabera multzo desberdinetan sailkaturik daude eta zenbaki arruntak, osoak, razionalak, errealak eta konplexuak ditugu zenbaki-multzorik ezagunenak eta erabilienak. Multzo hauek **N**, **Z**, **Q**, **R**, **C** letraz adierazten dira hurrenez hurren, eta zera betetzen dute: bakoitza hurrengo multzoaren baitan egotea. Hori matematikoki **N** Æ **Z** Æ **Q** Æ **R** Æ **C** adierazi ohi da.

Baina guzti hau teoria hutsa da; errealitatean, kalean, gehien erabiltzen diren zenbakiak **Z** multzokoak bait dira eta asko jota **Q** multzokoak. Izan ere 1, 2, 1000, 3627, erako zenbakiak erabiltzen dira gehien, eta nolabait esateko zorrak adierazi nahi baditugu, zenbakiei (–) zeinua jartzen diegu aurrean zenbakia negatibo bihurtuz. Zer esanik ez, zenbaki hamartarrak ere erabiltzen dira. Adibidez 2,13 m, 7,14 kg. 1,8 l eta abar. Hala ere zurginek, iturginek eta abarrek metroaren eta zentimetroaren ordez milimetroa erabili ohi dute unitate gisa neurriak adierazi behar dituztenean. Horrela zenbaki hamartarrak arrunt bihurtzen dira: 2130 mm esate baterako.

Zenbaki arruntak erabiltze honek, zenbakiei izena emateaz gain berauen azterketa sakona egitera bultzatu du matematikari asko eta baita matematikari ez den hainbeste lagun ere. Sakontze honen fruitua zenbaki-teoria dugu. Teoria hau Fermat matematikariarekin XVII. mendean sortu zela esan dezakegu. Mende hartan, hain zuzen ere, argitaratu zen Claude-Gaspard Bachet eta Méziriac poeta eta gizazaleak Jolas matematikoei buruz idatzitako lehen tratatua: *Problemes plaisant & detectables qui se font par les nombres* izenekoa. Bertan garai hartan ezagunak ziren karta- eta zenbaki-jokuaz gain auzi sakonagoak ere bazekartzan. Besteak beste, karratu magikoen eraikuntza eta analisi mugagabeko problemak.

Bestalde, fruitutzat hartu behar dugu zenbaki–jokuen arloan lortutako hainbeste emaitza ere; batzuetan sakonak, zenbaki lehenak, zenbaki lagunak, etab. eta besteetan bitxikeriak bakarrik. Azken bide honetatik segituko dugu.

Hasteko, zergatik ez, har dezagun 142857 zenbaki arrunta. Benetako zenbaki arrunta ematen du; beste edozein bezalakoa. Hala ere, ez da egia. Zenbaki hau lehenengo sei zenbaki arruntez biderkatuz gero:

142857 x 1 = 142857
142857 x 2 = 285714
142857 x 3 = 428571
142857 x 4 = 571428
142857 x 5 = 714285
142857 x 6 = 857142

biderkadura guztiek zifra berberak dituzte, ziklo bat izango balitz bezala zifren ordena mantentzen delarik. Horretaz aparte 7 zenbakiaz biderkatzen bada:

142857 x 7 = 999.999

lortzen da. Azken emaitza honek, ahalegin txiki baten laguntzaz, zenbakiaren nolakotasuna ezagutzera eraman gaitzake. Izan ere 1/7 zenbaki razionalaren adierazpide hamartarra kalkulatzen bada,

0,142857 142857 142857 ... (0,142857 142857... x 7 = =0,99999999..)

lortzen bait da, hau da, hasierako 142857 zenbakia 1/7 zenbakiaren periodoa da.

Propietate berberak dituzten beste zenbakiak ere aurkitu dira. Zenbaki hauei zenbaki zikliko esaten zaie. Besteak beste 100 baino txikiagoak diren 17, 19, 23, 29, 47, 59, 61 eta 97 zenbakiek sortzen dituztenak. Adibidez 17 zenbakiak 1/17 frakzioa sortzen du, bere periodoa 0588235294117647 delarik. Zenbaki hau 1, 2, ..., 16 zenbakiez biderkatzen baduzu, zifra berberak lortuko dituzu; ordena berean, baina beste zenbaki batez (zeroz ez) hasita:

0588235294117647 x 3 = 1764705882352941

Zenbaki zikliko guztiak zenbait zenbaki lehenen alderantzizko frakzioen periodoak dira.

Utz ditzagun oraingoz zenbaki ziklikoak eta goazen beste zenbaki batzuk ikustera. Seguru asko irakurle askok ezagutuko ditu 12345679 zenbakia eta bere propietateak:

12345679 x 9 = 111 111 111
12345679 x 18 = 222 222 222

12345679 x 81 = 999 999 999

Hala ere, ez dakigu guk hemen 9 zenbakiarentzat betetzen dena beste zenbaki batzuetan ere bete daitekeela ezagutzen duzun ala ez. Dena den nola egin daitekeen azalduko dizugu hemen. Adibide gisa 7 zenbakiarentzat beste bat kalkulatuko dugu. Ekuazio moduan planteatuko dugu: guk x zenbakia bilatu nahi dugu, zeinak 7 zenbakiaz biderkaturik 1 zifraz osatutako zenbaki bat emango digun, hau da:

x . 7 = 111 111 ... (zifra-kopurua ez dugu ezagutzen)

beraz x bilatzeko 111111... zenbakia 7 zenbakiaz zatitu behar da, zatiketa zehatza izan dadin arte.

Beraz $x = \frac{11...}{7}$ izango dugu.

Kalkulua egiten bada

```
11........ |7
  41        15873
    61
      51
        21
          0
```

hortaz	15873 x 7 = 111111
eta	15873 x 14 = 222222
	15873 x 63 = 999999

Kasu honetan 1 zifraz osatutako zenbakiak sei zifra ditu. Metodo honek erakusten digunez, 2 zenbakiarentzat ezin da horrelako zenbakirik lortu (ezta bikoitientzat ere); 111... zenbakia ez bait eta 2 zenbakiaz zatigarria.

Kuriositate gisa 49 zenbakiarentzat lortzen den zenbakia 226757369614512471655328798185941043O839 dela esango dugu.

Pasa gaitezen beste batera.

Har ezazu zifra guztiak berdinak ez dituen zenbaki bat. Guk 8161 aukeratuko dugu. Zenbaki honetan hemen egingo duguna zuk errepikatu egin behar duzu aurreratu duzun zenbakiarekin.

Handienetik txikienera ordenatu zifrak	8611
Txikienetik handienera ordenatu zifrak	1168
Kendura kalkulatu	7443

Gauza bera egin behar da kenduran agertzen den zenbakiarekin

7443	9963	6642	7641	7641
3447	3699	2466	1467	1467
3996	6264	4176	6147	6147

noiz bukatzen da? Azken kenketan argi ikusten da erantzuna zein den. Azken kenketan kendurak kenkizunak eta kentzaileak dituzten zifra berberak baditu, honek zera esan nahi du: zifrak berrordenatzen badira, kenketa berbera lortuko da. Beraz ez dago segitzerik.

Zer? Zure zenbakiarekin gauza bera gertatu al zaizu? Oker ez bagaude, 6174 zenbaki bera lortu duzu, ezta?

Gauza bera gertatzen da 3 zifrako zenbakiekin

211	990	981	972	963	954	954
112	099	189	279	369	459	459
099	891	792	693	594	495	495

Azkenean beti 495 zenbakia lortzen da.

Zuretzat utziko ditugu bi eta bost zifrako zenbakien azterketa.

Bukatzeko, lerro hauen azpian dituzuen emaitzek bitxikeria beste izenik ez dutela merezi esango dugu. Lehenengo multzoan biderkaketa guztietan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 eta 9 zifrak behin bakarrik agertzen dira:

138 x 42 = 5796
157 x 28 = 4396
159 x 48 = 7632
186 x 39 = 7254
198 x 27 = 5346
297 x 18 = 5346
483 x 12 = 5796
1738 x 4 = 6952
1963 x 4 = 7852

Bigarren multzoan zenbaki berezi batzuen karratuak:

$1^2 = 1$
$11^2 = 121$
$111^2 = 12321$
$1111^2 = 1234321$
$11111^2 = 123454321$
$111111^2 = 12345654321$
$1111111^2 = 1234567654321$
$11111111^2 = 123456787654321$
$111111111^2 = 12345678987654321$

$9^2 = 81$
$99^2 = 9801$
$999^2 = 998001$
$9999^2 = 99980001$
$99999^2 = 9999800001$
$999999^2 = 999998000001$
$9999999^2 = 99999980000001$
$99999999^2 = 9999999800000001$
$999999999^2 = 999999998000000001$