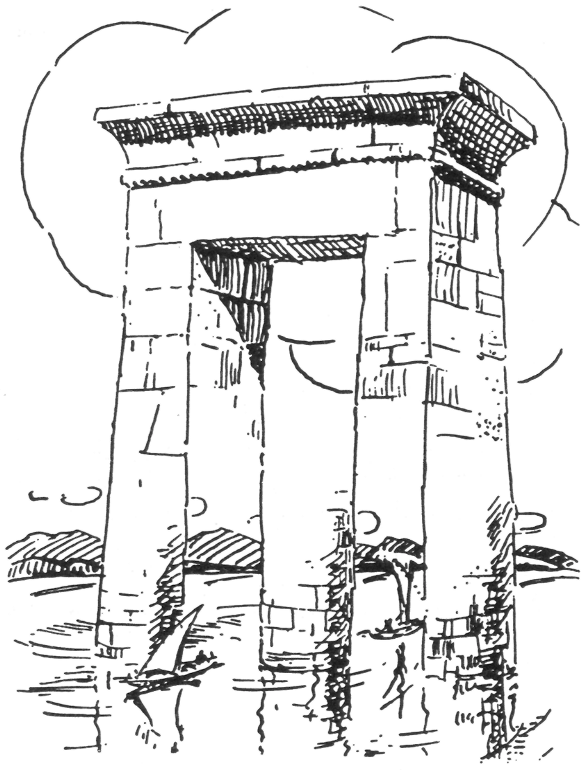
Patxi Angulo

Irudikeriak?

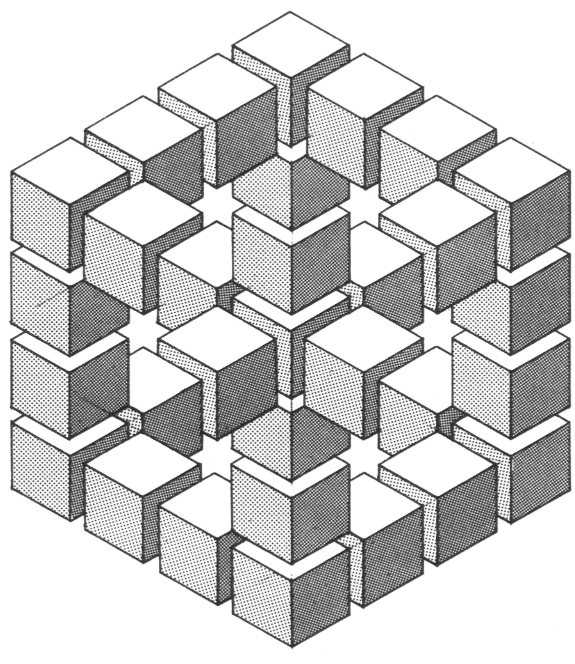
Bizi garen mundu honetan izaki guztiok, bai bizidunok bai bizigabeok, hiru dimentsio ditugu: altuera, zabalera eta lodiera, hauetakoren bat nulua izan badaiteke ere. Ikusten dugun edozer hau bezalako bi dimentsioko orrian irudikatzeko orduan, teknika desberdinez baliatzen gara bi dimentsiotan hiru dimentsio horiek sartzeko. Esate baterako, irudikatu nahi duguna gorputz geometrikoa bada, perspektibaren teknika erabiliko dugu. Aldiz gorputza pertsona baten aurpegia bada adibidez, itzalen teknika. Zer esanik ez, biak batera ere erabil daitezke.

Perspektibari gagozkiolarik, Geometriaren adar bat izateaz gain artistentzat oso tresna baliagarria dela esan dezakegu. Izan ere, bai zientzilariek eta bai artistek XV. mendean sartu zutena onartzen bait da gaur egun, eta zientzilariek zein artistek perspektibari buruzko liburu ugari idatzi zuten. Perspektibaren teknika erabili zuten artisten artean Filippo Brunelleschi, Piero della Francesca (besteak beste *De perspectiva pingendi* liburuaren egilea), Leon Battista Alberti (*De pictura* liburuaren egilea liburu honetan irudigintza eta pinturan aplikatutako Geometriari buruzko orduko ezagumendu guztien laburpena idatzi zuen), Leonardo da Vinci (perspektibari buruz idatzi zituen apunteak *Tratado de la pintura* liburuan argitaratu ziren 1651. urtean) eta Dürer (bere eskribuetan proiekzio horizontal eta bertikala erabili zituen) aipatuko ditugu. Zientzilarien artean: Federico Commandino itzultzailea (1558. urtean perspektibari buruzko lan bat argitaratu zuen), Daniele Barbaro (*La práctica de la perspectiva ... obra muy útil a pintores, escultores y arquitectos* liburuaren egilea), Jacopo Barozzi arkitektoa (*Las dos reglas de la perspectiva práctica* liburuaren egilea, liburu hau 1583. urtean argitaratu zenean egilea hila zen zegoenekoz, eta bertan Egnazio (= Carlo Pellegrino) Danti matematika–irakasle dominikoaren iruzkinak agertzen dira), Giovanni Benedetti (bere izkribu geometrikoetan perspektibari loturiko gaiak sartu zituen) eta Guidubaldo del Monte ditugu, (1600. urtean *Perspetibaren sei liburuak* izeneko liburua argitaratu zuen. Bertan lehenbiziko aldiz agertzen da ondoko teorema: zuzen paralelozko sorta baten perspektiba zuzen elkar–topakorren sorta da. Liburu honetan Perspektiba-arloak maila zientifikoa lortu zuen).

Ulergarria da abagadune hau, orduko pintoreak (XIV. eta XV. mendeetakoak) beraien artearen oinarri zientifikoak aztertzen saiatzen zirela pentsatzen badugu. Artistek zuten arazo-



1. irudia. *Monumentu erabakiezina*



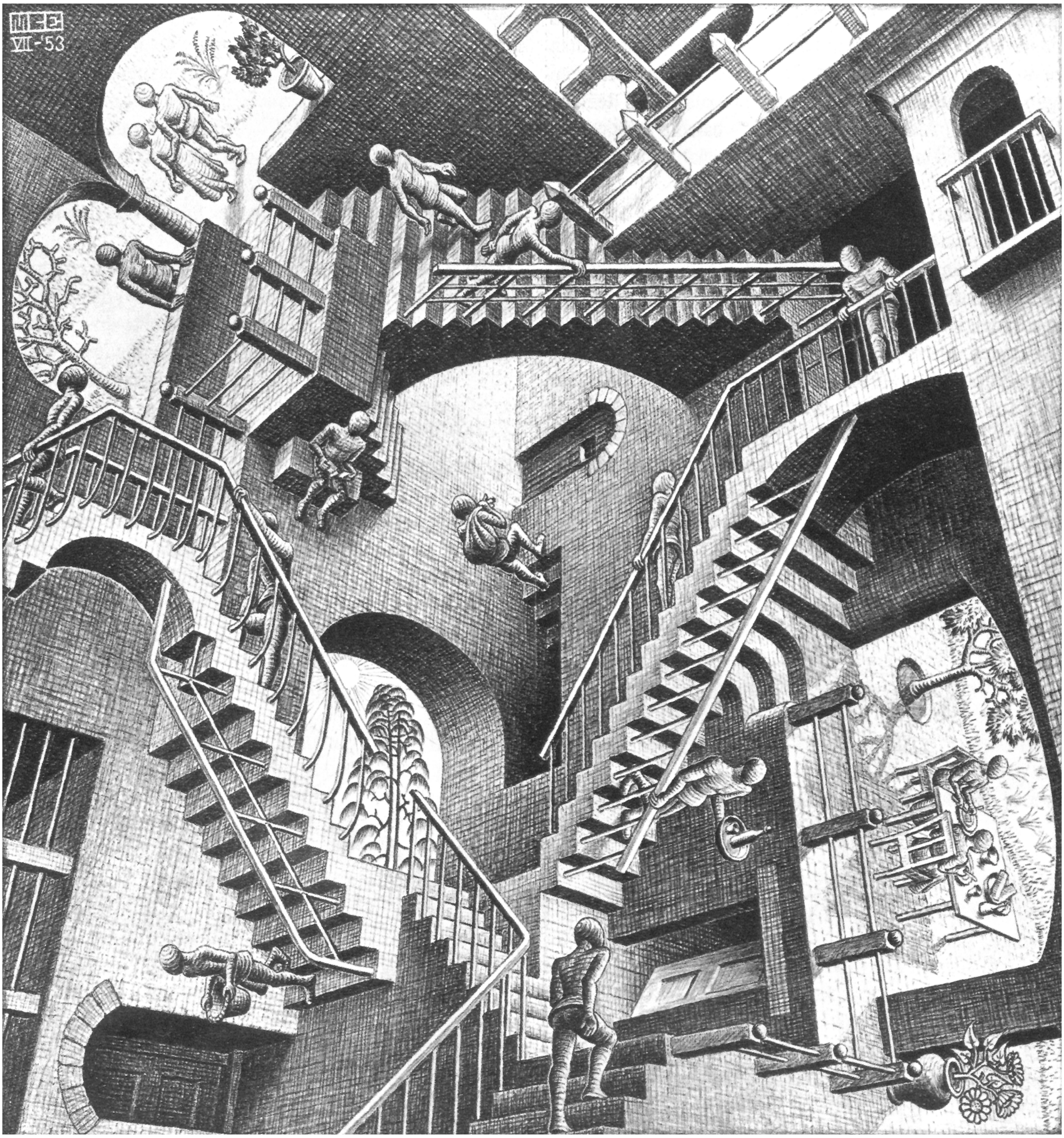
2. irudia. *Kuboen irudi ezinezkoa.*

rik handienetako bat zuzen paraleloen irudikapena zen, eta hau perspektibaren bidez ebatzi zuten.

Baina historia utzita berriro gure gaira buelta gaitezen. Orain bai: hiru dimentsioko gauza guztiak orri batean irudika daitezkeela esan dezakegu. Arazo hori ebatziz gero, eman diezaiogun buelta eta ikus dezagun ondoko galdera honi zer erantzun diezaiokegun: Bi dimentsioko irudi guztiek hiru dimentsioko izakia adierazten al dute?

Erantzun hori aurkezteko, lehenengo hiru irudiei begiratzea besterik ez duzu egin behar.

Lehenengo irudian, paper batez estali behar dira, lehenbizi beheko aldea (erditik behera), eta gero goiko aldea. Hori eginez



3. irudia. *Escher-en erlatibitatea.*

gero, hiru dimentsioko bi gauzen irudiak nahastuz irudi ezinezkoa (hots, hiru dimentsiotan gauzatu ezin dena) nola lor daitekeen ikusiko duzu. Irudi honen egilea Roger Hayward da eta bere izenburua *monumentu erabakiezina*. Ezin dugu perspektibak *efektu* honetan paper handia jokatzen duenik esan. Hala ere, goiko aldean perspektiba eta beheko aldean itzala erabiltzen dira hiru dimentsioak irudikatzeko.

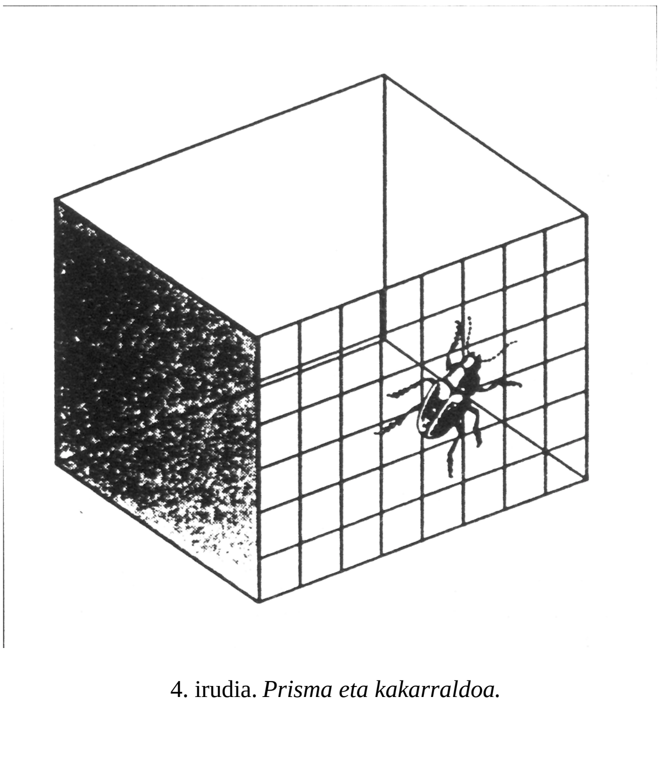
Bigarren eta hirugarren irudietan, perspektibak zeregin handia du, baina ez espero zitekeen moduan, hots, benetan existitzen diren gauzak irudikatzeko; ezinezko izakiak adierazteko baizik. Harritzekoa! Kristoren asmakizuna izan zena, orain arerio bihurtzen zaigu eta buruhausteak bakarrik sortuko dizkigula dirudi. Hala ere, ez dugu horrela pentsatu behar. Izan ere, irudiek ez dute apaindura galtzen. Aitzitik, edertasuna, xarma, lilura eta mistizismoa irabazten dituzte.

Bigarrena, ezinezko irudia bada ere, bestelakoa da. Irudi honetan perspektibaren bidez irudikeria optikoa lortzen da. Lehenbiziko begiradan badirudi irudia erreala dela, hau da, hiru dimentsiotan gauza daitekeela. Izan ere kuboak baino ez dira. Baina ondo begiratzen badiozu eta kubo-lerroei bide desberdinetatik jarraituz, erpin bateko kubo batek, aldi berean, beste erpineko kuboaren parean eta azpian egon behar duela konturatuko zara. Honek ezinezko irudia dela diosku.

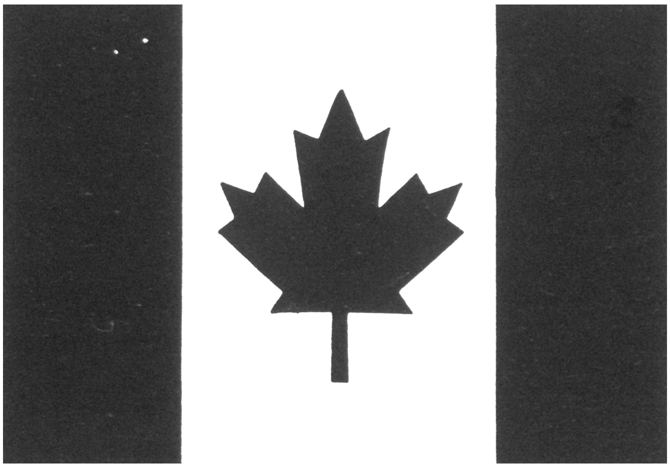
Mota honetako ezinezko irudiak arte bihurtu zituen M. C. Escher-ek. Beste koadro bat ikusteko aukera duzu berriro hemen. Jadanik 3. eta 5. aleetan agertzen ziren beste bi. Hirugarren irudi honetan *Errelatibitatea* izeneko lana duzu. Escher Holandako Leeawarden herrian jaio zen 1898. urtean eta Harlemeko Arkitektura eta Dekorazio-Diseinurako eskolan ikasia da. Bere arte-motari *arte matematiko* izena ezarri zaio. Izan ere, Escher berak esan duenez: "askotan matematikariengandik hurbilago aurkitzen dut nire burua, artistengandik baino". Berak esandakoa da beste esaldi hau ere: "nire lan guztiak jokoak dira. Joko serioak". Eta hori da, hain zuzen ere, hirugarren irudian ikusten dena; eskailera–jokoa.

Beste irudi-mota bat, ezkutuan bi irudi gordetzen dituztenek osatzen dute. Hona hemen ekarri dizkizugunak:

Laugarrenean prisma karratua dugu eta kakarraldo bat (kakarraldoa sartzeko ideia L.S. Penrose eta R. Penrose aitasemeena izan zen). Non ikusten duzu kakarraldoa, prismaren barruan ala kanpoko aldean? Bi efektuak lortzeko, prismari begiratu behar diozu (ez kakarraldoari) eta barruko erpin bat hurbildu (hots, hurbilago dagoela suposatu) edo urrundu (hau da, urrunago dagoela suposatu) nahi duzun moduan. Efektu hau ere perspektibaren eragina da.



4. irudia. *Prisma eta kakarraldoa.*



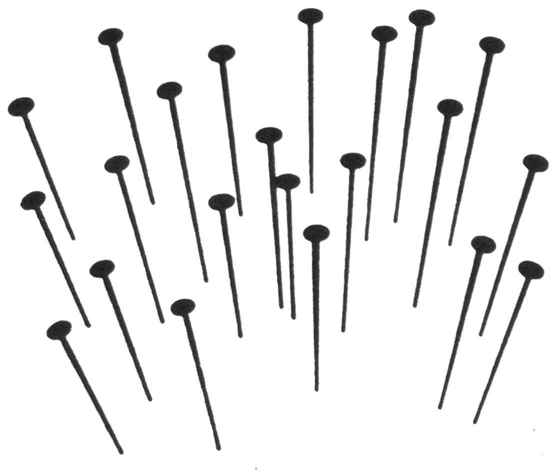
5. irudia. *Kanadako bandera.*

Bostgarren irudia Kanadako bandera dugu, erdiko zati zurian astigar-hostoa agertzen delarik. Baina arreta handiz begiratuz gero bi pertsona hizketan ere ikus ditzakezu. Saia zaitez.

6. irudia. *Atso gaztea.*

Seigarrenean, ezaguna den Boring–en atso gaztea duzu. Irudi honetan jende askok gazte liluragarria ikusten du, eta beste askok atso itsusia. Zer ikusten duzu zuk? Erantzunaren arabera interpretazio desberdinak eman daitezke zure nortasunari buruz. Baina hori beste batzuen lana da eta ez gurea.

Bukatzeko beste irudikeria. Orri honen bukaeran iltzemultzo bat duzu zazpigarren irudian. Aldizkaria mahaiaren gainean utzi, ertz baten parean. Iltzeei goitik-behera begiratzen badiezu, orrian etzanda ikusiko dituzu. Orain makurtu zaitez pixkat eta jar ezazu begi bat (bestea itxi) iltzeek apuntatzen duten puntuan gutxi gorabehera eta begiratu iltzeak arrasean. Jarrera honetan iltzeak orrian iltzatuta daudela irudituko zaizu. Ez al da hala? ■



7. irudia. *Iltzeak.*

Barkamena eskatuz

Artikuluak idaztea ez dugu jokotzat hartu behar, bere izena Jolas Matematikoak bada ere. *Elhuyar. Zientzia eta Teknika*, agian euskara hutsez idazten den aldizkari bakarra da arlo honetan. Euskara honelako proiektuaren bidez aurrera atera nahi badugu, mesede txikia egiten diegu, bai zuei irakurleei, bai Euskarari, bai aldizkariari, artikuluak seriotasunik gabe idazten baditugu. Hori da, hain zuzen ere, nik egin nuena. Izan ere, aldizkariaren 15. alean zorizko joku batzuen probabilitateaz aritu nintzenean hanka sartu bait nuen. Bertan agertzen ziren probabilitateak neuk kalkulatu nituen eta egiaztapenik gabe argitaratu ere, loto eta bono-loto jokuei zegozkienak oker zeudelarik. Egiazko probabilitateak ondokoak dira:

Lotoarenak:

$$P_6 = \frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{1}{13983816} = 0{,}00000007151$$

$$P_{5,0} = \frac{\binom{6}{5}}{\binom{49}{6}} = \frac{6}{13983816} = 0{,}00000042906$$

$$P_5 = \frac{\binom{6}{5}\binom{42}{1}}{\binom{49}{6}} = \frac{6 \,.\, 42}{13983816} = 0{,}00001802$$

$$P_4 = \frac{\binom{6}{4}\binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \frac{15 \,.\, 903}{13983816} = 0{,}0009689$$

$$3 = \frac{\binom{6}{3}\binom{43}{3}}{\binom{49}{6}} = \frac{20 \,.\, 12341}{13983816} = 0{,}01765$$

Eta bono–lotoarenak:

$$P_6 = 1 - (P\ (6\ ez)^4) = 1 - \left(\frac{13983815}{13983816}\right)^4 = 0{,}00000028604$$

$$P_{5,0} = 1 - (P\ (5{,}0\ ez)^4) = 1 - \left(\frac{13983810}{13983816}\right)^4 = 0{,}0000017162$$

$$P_5 = 1 - (P\ (5\ ez)^4) = 1 - \left(\frac{13983564}{13983816}\right)^4 = 0{,}000072081$$

$$4 = 1 - (P\ (4\ ez)^4) = 1 - \left(\frac{13970271}{13983816}\right)^4 = 0{,}0038688$$

$$P_3 = 1 - (P\ (3\ ez)^4) = 1 - \left(\frac{13736996}{13983816}\right)^4 = 0{,}068754$$

Bono–loto jokoan ezin da loto jokoaren probabilitateak 4–z biderkatu behar direla esan (hanka sartze galanta), lehenengo hiru kasuetan (P_6, $P_{5,0}$ eta P_5 hain zuzen ere) hala ematen badu ere.

Barkamena eskatu behar dizuet beraz, zuei irakuleei eta baita aldizkaria aurrera ateratzen duzuenei ere. Eskerrak *Agustin Arruabarrena* irakurleari, artikulua irakurri eta akats honetaz jakinaren gainean jarri ninduelako.

Berriro gerta ez dadin espero dut, eta horretan saiatuko naizela ziur egon zaitezte.