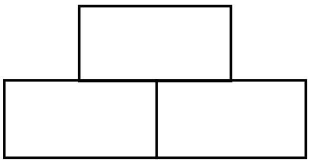
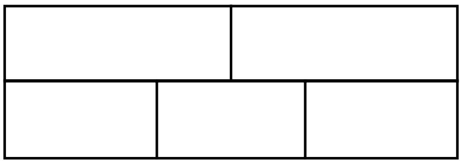
Jolas Matematikoak

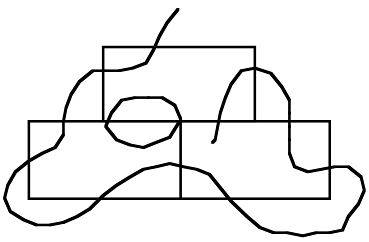
Patxi Angulo

Ezagunak izango dituzue ondoko irudiak eta berauei loturik dagoen

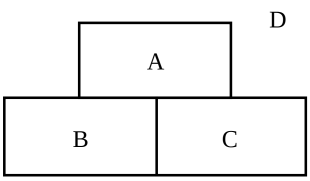




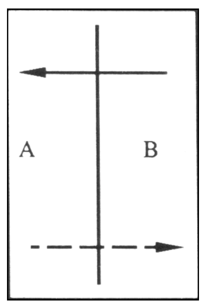
proposamena: zuzenki guztiak lerro bakar baten bidez gurutzatu behar dira, zuzenki bat bera ere bi aldiz gurutzatu gabe.
Beste irudi honetan ikusten den



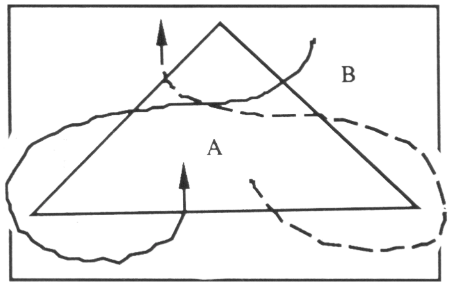
bezala, proba bat egin ondoren zuzenki bat gurutzatu gabe geratu da. Behin eta berriro saiatuta, ez dugu ebazpenik aurkitu. Orduan burura ondoko galdera datorkigu: Ba al du ebazpenik proposamen honek? Galdera honi erantzuna ematen saiatuko gara artikulu honetan.
Horretarako, irudian ikusten den



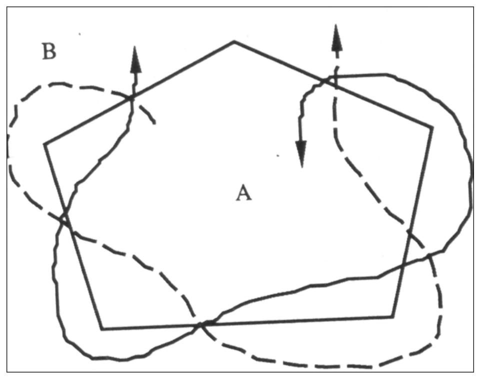
bezala eskualdeak izendatuko ditugu. Eta eskualde batetik beste batera pasatu garela adierazteko, zera egingo dugu:
A eskualdetik B eskualdera pasatzean AB idatziko dugu. B eskualdetik C eskualdera pasatzean BC, eta bi urrats hauek elkartuz, hau da, A-tik B-ra eta B-tik C-ra pasatzean ABC idatziko dugu. Ikusten denez, zuzenki bat pasatzea bi letraz adierazten dugu. Bi zuzenki pasatzea, ordea, hiru letraz. Orain arte, eskualde batetik beste batera pasatzean ez dugu zein zuzenkitatik pasa behar den esan; ez bait du arrazonamendu honetan garrantzirik izango.
Guzti hau kontutan hartuz, gure irudian pasa behar diren zuzenkien kopurua 12 denez, problemari ebazpena bilatzeko 13 letrako segida bat idatzi behar dugu. Segida honek baldintza batzuk bete beharko ditu, orain ikusiko dugunez.
A eta D eskualdeen artean hiru zuzenki daude. Beraz AD eta DA bikoteak hiru aldiz agertu behar du segidan. AB edo BA bikoteak, ordea, behin bakarrik; A eta B eskualdeen artean zuzenki bakar bat bait dago. Arrazonamendu berberari jarraituz, AC edo CA bikoteak behin, BC edo CB bikoteak ere behin eta BD edo DB eta CD edo DC bikoteek hiru aldiz agertu behar dute. Beraz orain, konbinazio hauek dituen 13 letrako segida bat aurkitzean dago gakoa. Segida hau bilatzen hasi baino lehen, teorikoki posible den ala ez aztertuko dugu.
Bi eskualde eta bion artean zu-



zenki bakar bat izango bagenu, eskualde hauen letrak behin bakarrik agertuko lirateke letrasegidan: **AB** edo BA. Baina bi eskualdeen artean hiru zuzenki izanez gero, letra bakoitza bi aldiz agertuko litzateke: **ABAB** edo BABA. Eta bost zuzenki izanez gero, hiru aldiz ikusiko genuke letra bakoitza: **ABABA** edo BABABA. Hau da, orokorrean,

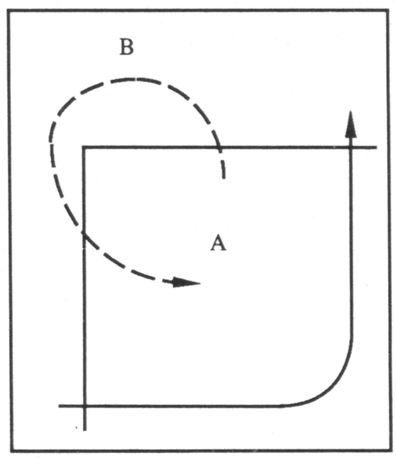


bi eskualdeen arteko zuzenkikopurua **n** zenbaki bakoitia balitz

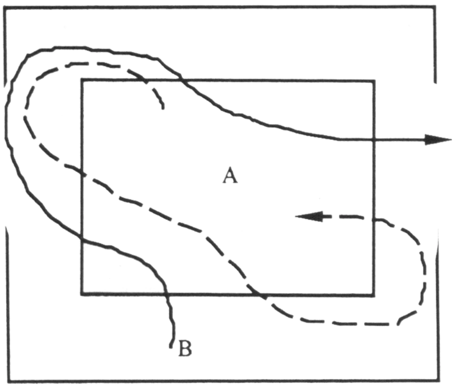


letra bakoitza $\frac{n + 1}{2}$ aldiz agertuko litzateke.

Zer gertatuko da bi eskualdeen arteko zuzenki-kopurua bikoitia denean? Kasu honetan zein es-



kualdetan hasten garen kontutan hartu beharko dugu. Hau da, bi zuzenki izanez gero, A eskualdean hasten bagara **ABA** izango dugu, baina B eskualdean hasiz gero BAB lortuko dugu. Lau



zuzenki izango bagenitu A eskualdean hasiz gero **ABABA** agertuko litzateke eta B eskualdean hasiz BABAB lortuko litzateke.
Orokorrean, zuzenki-kopurua (n) zenbaki bikoitia bada, lerroa hasten den eskualdearen letra n/2 + 1 aldiz agertuko da eta bestearen letra n/2 aldiz.
Hemen egin duguna, bi eskualderekin gertatzen da. Baina bi baino eskualde gehiago dagoenean, emaitza hauek ez dira aldatzen; zuzenki bat pasatzean bi eskualde bakarrik kontutan hartzen bait ditugu; lerroa hasten eta bukatzen deneko eskualdeak alegia.
Gure irudira itzuliz, lau eskualde ditugu. A, B eta C eskualdeak, bost zuzenkik mugatzen dituzte. D eskualdea, ordea, bederatzi zuzenkik. Gorago ikusi duguna aplikatuz, zera idatz dezakegu: lehenengo zutabean eskualdeak;

A	5	3
B	5	3
C	5	3
D	9	5
		14
12 zuzenki + 1 = 13 letra		

bigarrenean, eskualde bakoitza mugatzen duten zuzenkien kopurua; eta hirugarrenean letra bakoitzak agertu behar dueneko aldi-kopurua. Azken zutabeko zenbakiak batuz 14 lortzen dugu, hau da, eskualde guztiek agertu behar duten aldi-kopurua 14 da, baina hasieran esan dugunez 13 letrako segida bat aurkitu behar dugu. Beraz kasu honetan ez dago ebazpenik.
Problema hauek orokorki aztertuz, ibilbidea eskualde batean hasi behar dugunez eta eskualde bakoitza mugatzen duten zuzenkien kopurua kontutan hartuz, letra bakoitzak agertu behar duen aldi-kopurua determinatuko dugu.
Zuzenki-kopurua **n** bakoitia bada, letra $\frac{n+1}{2}$ aldiz agertuko da. **n** bikoitia bada n/2 aldiz, beste eskualde batetik hasiz gero edo n/2 + 1 eskualde honetan hasten bada. Emaitza hauek kontutan hartuz, ondoko baieztapena froga daiteke: zenbaki hauen batura zuzenki-kopurua gehi bat bada, problemak badu ebazpen bat. Batura hori zuzenki-kopurua deneko kasuak ere badu ebazpen bat, hasten den eskualdea zuzenki-kopuru bikoitiak mugatzen badu, zeren kasu honetan esandako eskualdea n/2 + 1 aldiz agertuko bait da. Gainerako kasuetan ez dago ebazpenik.
Esan beharra dago, ebazpide hau Euler matematikariak bere garaian planteatutako Koenigsberg-eko zubien problemari emandako bera dela. Gure kasuan orduko zubiak zuzenkiak dira. Bukatzeko hona hemen beste bi irudi, ebazpena aurkitzen saia zaitezten.