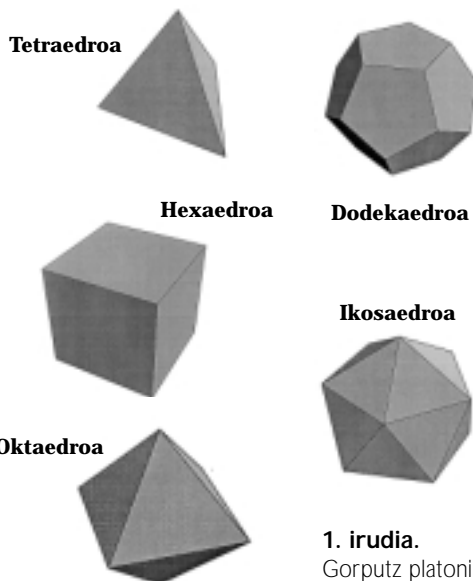


Gorputz platonikoak

Patxi Angulo

Ez, ez dira udako oporretan eguzkitan edo itzalean ikusten ditugun gorputz sendo, lirain eta beltzaran horiek. Ez, kulturismo egiten dutenenak ere ez dira. "Plato"etan zerbitzitzen diren bixigu edo arkume erreetan pentsatu duena ere oker dago. Gorputz platonikoak poliedro erregularrak baino ez dira. Poliedro erregularrei gorputz kosmiko edo gorputz platoniko ere deitu izan zaie, Platonek fenomenoak zientifikoki azaltzeko *Timeo* izeneko lanean aplikatzen dituen erengatik hain zuzen. Guztira bost dira: tetraedroa, hexaedroa (kuboa), oktaedroa, dodekaedroa eta ikosaedroa (1. irudia). Bosten ezaugarriak ondokoak dira: mota bereko poligono erregularrek osatuak eta konbexuak izatea; tetraedroa, oktaedroa eta ikosaedroa triangelu aldekidetz osaturik daude, hexaedroa karratuz eta dodekaedroa pentagonoz.



IZENA	ALDEAK	ERTZAK	ERPINAK
Tetraedroa	4 triangelu	6	4
Hexaedroa	6 karratu	12	8
Oktaedroa	8 triangelu	12	6
Dodekaedroa	12 pentagono	30	20
Ikosaedroa	20 triangelu	30	12
Euler-en formula	Aldeak + Erpinak = Ertzak + 2		

Platonek (K.a. 427-347) ez zion, berez, emaitza teknikorik ekarri matematikari. Hala ere, garaiko iharduera matematikoaren benetako zentroa izan zen eta bere garapenean pertsonalki eragiteaz gain, zuzendu ere egin zuen. Atenaseko eskolako sarrera-ate gainean ondokoa omen zegoen idatzita: "Ez dadila hona geometria ez dakien inor sar". Matematikaz zuen ardurak, matematikari gisa baino, matematikarigile bezala eman zuen ezagutzera. Badirudi Platonek matematikaz zuen onespina ez zetorkiola Sokrates bere maisuarengandik. Arkitas, bere laguna, izan omen zen Platon matematikara hurbildu zuena K.a. 300. urtean Sizilian egin zion bisitan. Agian, han izan zuen lehenengo aldiz aipatutako bost gorputz erregularren berri.

Tetraedroa, hexaedroa, oktaedroa eta ikosaedroa Enpedoklesen lau elementuekin erlazionatzen ziren, mendeetan zehar gizakia liluratu duen eskema kosmiko batean (2. irudia). Bestetik, Pitagorikoek dodekaedroa miresten zuten. Platonek dodekaedroa, bostgarren eta azken gorputz erregularra, unibertsoaren sinbolotzat hartu zuen.

Sua, airea, ura eta lurra tetraedroa, oktaedroa, ikosaedroa eta hexaedroarekin elkartzen dira, hurrenez hurren. Hexaedroarenak salbu, beste poliedroen aldeak triangelu aldekidetz direnez eta, beraz, antzekoak, dagozkien elementuak —sua, airea eta ura— elkar bihur litezke, baina ez lur, hexaedroaren aldeak karratuak baitira. Karratuak ezin dira triangelu aldekidetzan deskonposatu, triangelu zuzen isoszeletan soilik deskonposa daitezke. Bestalde, bere azalarekiko bolumen txikien duen poliedroa tetraedroa da eta hortik dator, nonbait, suari lotu izana. Azalarekiko bolumen handienekoa, aldiz, ikosaedroa da eta hori dela eta, urari lotu zaio. Hexaedroa, berriz, egonkorra da bere oinarriarekiko eta, ondorioz, lurrari lotu zaio. Oktaedroak elkarren aurkako bi erpinetatik helduta biratzen duenez, mugitzen den aireari egokitu zaio. Bostgarren poliedro erregularra, dodekaedroa, pentagonoz osaturik dago eta pentagonoak ere ezin dira triangelu aldekidetzan deskonposatu; bestetik, dodekaedroak 12 alde ditu, zodiakoaren 12 zeinuen islak, hain zuzen; hortik dator bere lotura unibertsoarekin.

Airea
Oktaedro

Platonen gorputz erregularrei buruzko ideiak *Timeo*-n, solaskide nagusiaren izena daraman lanean, azaldu zituen. Ez dakigu *Timeo* Lokriakoa benetan existitu zen edo Platonek, bere ideia pitagorikoak azaltzeko aitzakiaz, asmatu zuen. Platonek 70 urte zituela idatzi zuen solasaldi hau; bertan lau elementuen eta gorputz erregularren arteko loturaren lehen





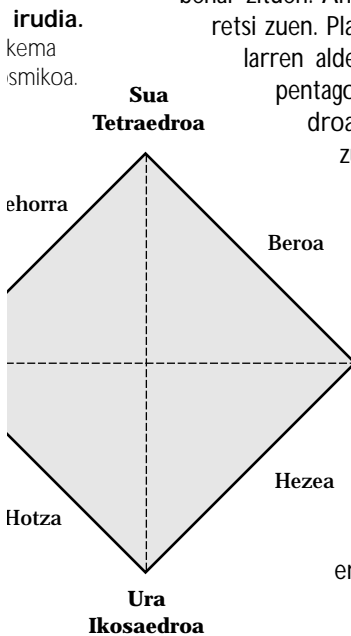
aztarna zehatza ematen badigu ere, fantasia horren atal asko pitagorikoek zor zaie. Proklo-k dioenez, Pitagorasek eraiki zuen irudi kosmikoa, baina Suidas eskolastikoak zioenez Teeteto (Platonen laguna, K.a. 414. urtean jaioa) izan zen horri buruz idatzi zuen lehena.

Euklides-ek "Elementuak" lanaren azken liburua, XIII.a alegia, eskaini zien poliedro erregularrei. Bertan, poliedroen ertzen eta inskribatutako eta zirkunskribatutako esferen erradioen artean dauden erlazioak eman zizkigun. Azkenik, lema bezala geroago erantsi omen zen teorema agertzen zen: ezagutzen diren bost poliedro erregularrez gain, ez dago beste poliedro erregularrik.

Euklides-en "Elementuak" lanaren XIII. liburuko data ezezaguneko eskolio batek dioenez, pitagorikoek hiru gorputz erregular baino ez zituzten ezagutzen eta oktaedroa eta ikosaedroa Teetetok ezagutarazi omen zituen. Dena dela, badirudi Teetetok poliedro erregularren orduko azterketa sistematiko-etako bat egin zuela eta berak idatzi zuela bost eta soilik bost poliedro erregular daudela dioen teorema. Apika, "Elementuak" lanaren azkeneko liburuan agertzen diren gorputz erregularren ertzen eta esfera zirkunskribatuaren erradioaren arteko arrazoen kalkuluak ere bereak dira.

Hala aritmetikan nola geometrian, Platon matematika hutsaren alde jarri zen, artisauek eta teknikoaren kontzepzio materialisten aurrean. Plutarko-k bere "Marcelo-ren bizitza" lanean jaso zuen Platonen haserrea geometrian artifizio mekanikoak erabiltzen zirela ikusirik; Platonen erabilpen hori geometrian dagoen ongiaren ustelkeria eta ezereztatze sinpletzat hartzen zuen, adimen hutsaren gorputz gabeko objektuei bere bizkarra lotsagabeki emanez. Ondorioz, Platon izan zatekeen, neurri handian, konpas eta erregelaren bidez soilik egin daitezkeen geometriari eraketetara zegoen murriztapen nagusiaren erantzule. Murrizketa horren arrazoia ziurraski ez zen izan erabilitako tresnen sinpletasuna, eraikien simetria baizik: zirkuluaren edozein diametro simetri ardatza da; zuzenaren edozein puntu simetri zentroa da; zuzen batekiko edozein elkartut bere simetri ardatza da.

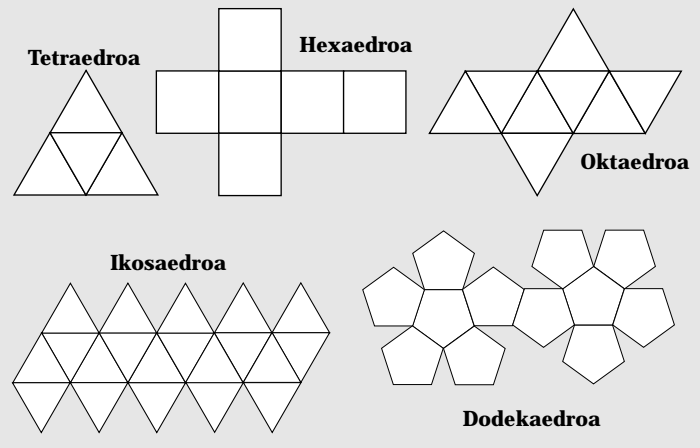
Filosofia platonikoak, ideiak jainkotuz, irudi geometriko guztien artean zuzena eta zirkunferentzia lehen lekuan jarri behar zituen. Antzeko eran, Platonen ustez, bost poliedro erregularren aldeak ez ziren triangulu, karratu eta pentagono hutsak. Esate baterako, tetraedroaren alde bakoitza sei triangulu zuzen txikiagoz osaturik zegoen (altueren bidez lortuak) eta horrela, tetraedroa 24 triangulu zuzen eskalenotan deskonposatzen zen. Era berean, oktaedroa eta ikosaedroa 48 eta 120 triangulu zuzen eskalenotan, hurrenez hurren, eta hexaedroa 24 triangulu zuzen isoszeletan. Dodekaedroari paper berezia eman zion Platonen, unibertsoaren



Poliedro erregularrek dituzten ezaugarri batzuk:

IZENA	ERTZA	AZALERA	BOLUMENA
Tetraedroa	a	$\sqrt{3} a^2$	$\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$
Hexaedroa	a	$6 a^2$	a^3
Oktaedroa	a	$2\sqrt{3} a^2$	$\frac{\sqrt{2}}{3} a^3$
Dodekaedroa	a	$3\sqrt{5} (5+2\sqrt{5}) a^2$	$\frac{15+7\sqrt{5}}{4} a^3$
Ikosaedroa	a	$5\sqrt{3} a^2$	$\frac{5(1+\sqrt{5})}{12} a^3$

Poliedro erregularrak planoan egindako poligonoak elkartuz eraiki daitezke. Bestela esanda, poliedroa ertzetatik irekiz gero, bere alde guztiak plano batean jar daitezke loturik.



ordezkari bezala, "jainkoak osotasunean erabili zuela" esanez (Timeo, 55k). Platonen dodekaedroa 360 triangulu zuzen eskalenoz osatutak zeukan, pentagonoetan bost diagonalak eta erdibidekoak marraztuz 30 triangulu geratzen dira eta. Lehenengo lau poliedro erregularrak unibertsoan lau elementuekin elkartzean, materiari buruzko teoria bateratu polita eman zuen Timeon; horren arabera, den-dena triangulu zuzen idealez osatuta dago eta fisiologia, bere osotasunean, materia inertearen zientziak bezala, triangulu horien funtzionamenduan oinarriturik dago. Animalia baten gorputzaren haziera, adibidez, horrela azaldu zuen:

"Kreaturaren konstituzioa, bere osotasunean, oraindik gaztea denean eta bere osagaien trianguluak oraindik egin berriak badira, bere puntak elkarrekin lotuta daude sendoki Elikagaiak eta edariak osatzen dituen edonolako triangulu ..., zaharragoa eta bereak baino ahulagoa denez, bere triangulu egin berriek moztu dute eta horregatik probetxu onena ateratzen du eta hori da animalia haziarazten duena. Zahartzaroan, aldiz, gorputza osatzen duten trianguluak erabilpenagatik nasai daude eta hartzen duten elikagaiaren trianguluak ezin dituzte moztu; kanpotik datozen sarkinek bereak erraz zatitzen dituzte ordea, eta kreatura ahitu eta erori egiten da."

