

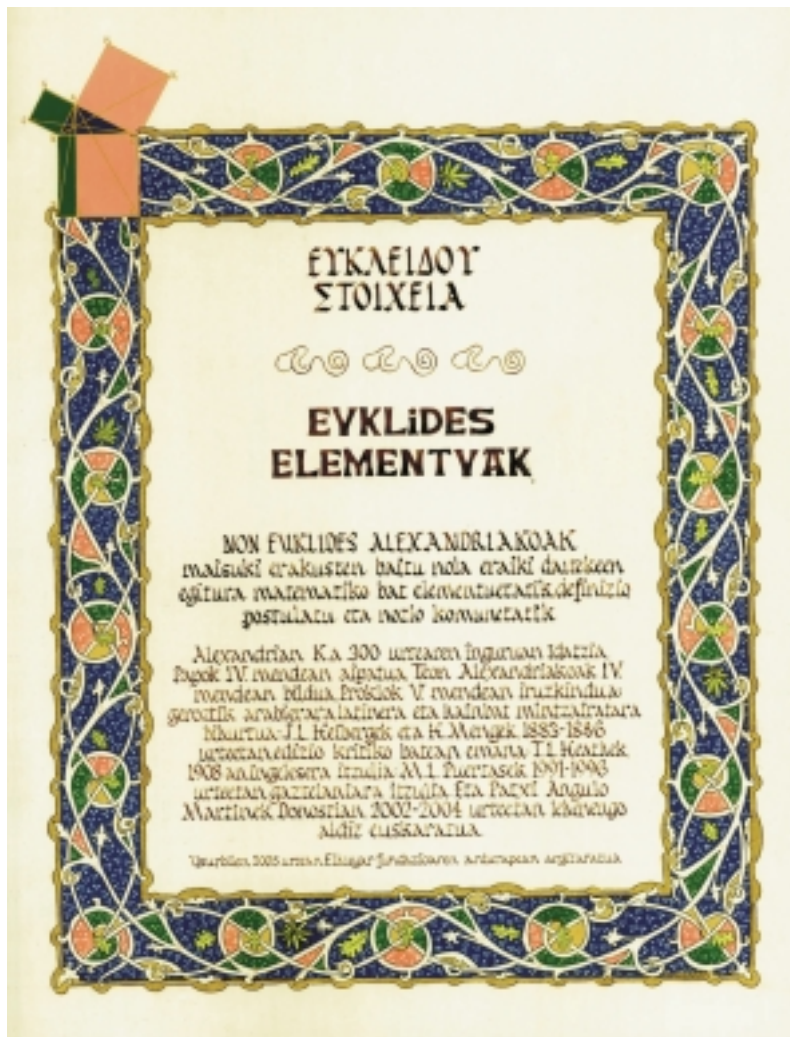
Euklidesen ondarea

Guillermo Roa Zubia

Elhuyar Zientziaren Komunikazioa

Duela bi mila urte idatzitako liburu gehienek gaurkotasuna galdu dute, baina ez denek. Euklides matematikari grekoak idatzi zuen *Elementuak* liburuak, adibidez, ez. Gaur egun irakasten den geometriaren oinarria liburu zahar hartan jasota dago. Horregatik, urteetan erabili izan da testuliburu gisa mundu osoan. Hizkuntza askotara itzuli da mendeetan zehar, eta, orain, euskaraz ere irakur dezakegu. Izan ere, Elhuyar Fundazioak argitaratu egin du Patxi Angulo matematikariak egindako itzulpena.

EUKLIDISEN *ELEMENTUAK* LIBURUAK AIPATZEKO MODUKO MARKA BAT DU: gehien itzuli eta argitaratu den zientzia-liburua da. Kristo jaio baino hirurehun bat urte lehenago idatzi zuenez, Bibliaren Itun Berria osatzen duten liburu guztiak baino zaharragoa da.



I. LARRAÑAGA

Idatzi zenean, Alexandria oso hiri berria zen, baita tradizioen ikuspuntutik ere; Alexandro Handia, fundatzailea, urte gutxi batzuk lehenago hil zen, eta oso giro berezia sortu zen hazten ari zen hiri berri hartan. Besteak beste, ordura arteko jakinduria biltzeko joera bat sortu zen; hain zuzen, museo eta biblioteka ospetsua garai hartan jarri zituzten martxan. Giro hartan idatzi zuen Euklidesek *Elementuak* liburua, seguru asko, mundu zibilizatuak matematikan zituen aurrerapenen bilduma

bat osatzeko asmotan. Ez zen bakarra, matematikarien eskola oso bat zegoe-lako Alexandrian (Apolonioeren lana ere aipagarria da), baina *Elementuak* liburuak izan du gerora eragin handiena zientziaren munduan.

“Esan daiteke lanak pertsona estali duela. *Elementuak* aspalditik da eza-guna, baina pertsonari buruz gauza gutxiago dakizkigu” dio Patxi Angulok, liburua euskarara itzuli duen matematikariak.

Eta egia da. Alde batetik, liburuak duen garrantziarengatik, eta, bestetik, Euklidesi berari buruz ezer gutxi dakigulako. Alexandrian bizi zela, eta museoan lan egin zuela, han idatzi baitzituen lan guztiak; besterik ez dakigu. Batzuek esaten dute ez zela existitu, eta Euklides pertsona bat ez, baizik eskola bat izan zela, Pitagorasekin gertatzen den bezala.

“hamahiru liburuk osatzen dute Elementuak, eta, bakoitza bere aldetik hartuta, agian ez litzateke nahikoa liburu bat osatzeko”

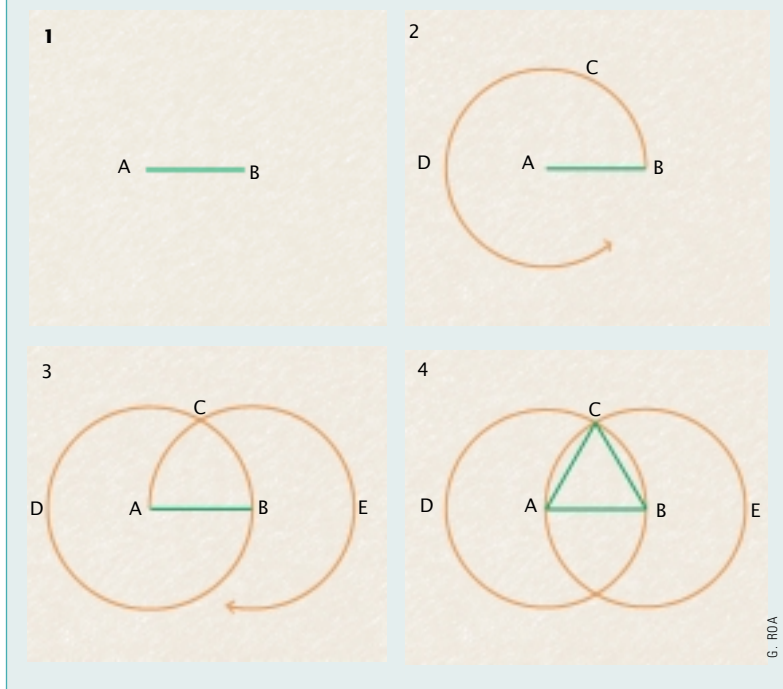
Liburu-sorta

Gizon bat izan edo eskola bat izan, matematikako bilduma ederra utzi zuen Euklidesek, geometriari buruzkoa batez ere. *Elementuak* liburu-sorta bat da. “Greziarrek ohitura zuten liburuak horrela idazteko” dio Angulok. Hamahiru liburuk osatzen dute *Elementuak*, eta, bakoitza bere aldetik hartuta, agian ez litzateke nahikoa liburu bat

Adibidez, triangelu ekilateroa

Euklidesek oinarriko geometriaren postulatuak erabiltzen ditu proposizioak egiteko. Adibidez, proposizio honetan azaltzen du triangelu ekilatero bat nola osatu zuzen bate-tik abiatuta:

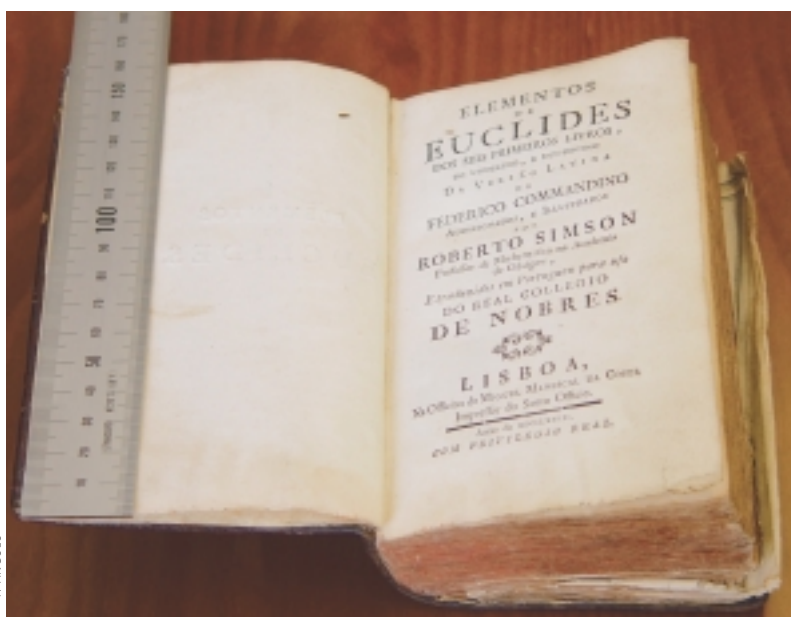
“Izan bedi AB emandako zuzen finitua. Bada, triangelu ekilatero bat eraiki behar da AB zuzenaren gainean. Egin bedi BCD zirkulua A zentroa eta AB distantzia hartuz. Berrito, egin bedi ACE zirkulua B zentroa eta BA distantzia hartuz. Eta bi zirkuluek elkar ebakitzen duten C puntutik marraz bitez A, B puntuetarainoko CA, CB zuzenak.”



osatzeko. “Euskarazko bertsoan bostehun bat orrialde osatu ditugu, baina liburu batzuek hogeit hamar orrialde baino gutxiago dituzte”.

Historian, liburuak itzuli denean edo bertsoak egin direnean, ez dira beti hamahiruak erabili. Lehenengo laurak, bosgarrena eta seigarrena, eta hamakagarrena eta hamabigarrena argitaratu dira gehien. Seguruenik, horiek izan dira praktikoena, erabilgarrienak. Baina, Anguloren ustez, praktikotasunaz gain, beste hainbat arrazoi izan daitezke atal edo liburu guztiak ez erabiltzeko. “Erljioarekin ere zerikusia du kontu horrek. Gauzak zuzen eta txukun geratzeko, hainbat zati ez dira egokiak erlijioaren ikuspuntutik; abstraktuegiak eta esoterikoak dira”.

Beharbada, gaur egungo pentsamoldetik ikusita, zaila da ulertzen zergatik; izan ere, matematikaren oso oinarriko kontzeptuez josita dago liburu-sorta. ➔



João Angelo Brunelliren portugesezko lehenengo bertsoaren 1. orrialdea, 1768.

Lehen lau liburuetan eta seigarrenean planoaren geometria aztertzen da; bosgarrenean proportzioak; zazpi, zortzi eta bederatzigarren liburuetan zenbakien teoria lantzen da (zenbakien propietateak, esate baterako); hamargarrenean, zenbaki irrazionalak aztertzen dira; azken hiru liburuetan, espazioaren geometria; hamaikagarrenean eta hamabigarrenean, oinarritzko teorema ematen dira.

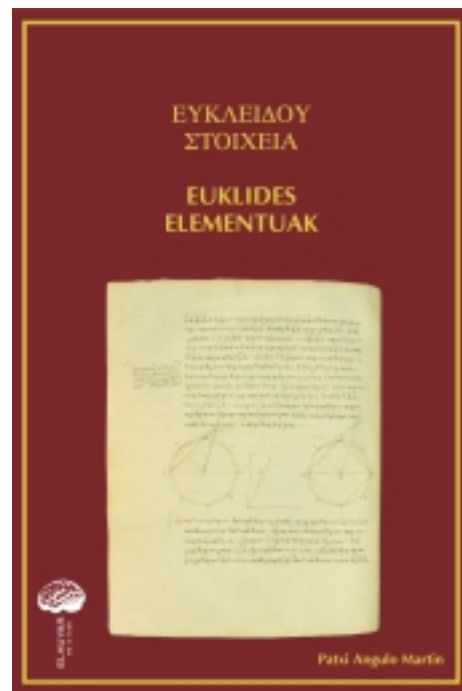
Hamahirugarren liburua oso berezia da. Bost poliedro erregularrak agertzen dira. Baina Platonek gaurko matematikako kontzeptuetatik haratago eraman zituen poliedro horiek; poliedro erregularrak espazioko elementuekin identifikatzen zituen: lurrarekin, zeruarekin, urarekin eta abar. Horregatik, mistika pixka bat dago ideia horren atzetik, perfekzioaren ideia. Adibidez, Platonek zioen dodekaedroak unibertso osoa adierazten duela, eta horrelako gauzak. Agian, gaurko zientziaren ikuspuntutik ez dira oso gauza ulergarriak. Baina hor daude.

Bizimodu euklidestarra

Hala eta guztiz ere, *Elementuak* liburuen eduki gehienak geometriaren oinarriarenak dira. Izan ere, gure eguneroko bizitzan, espazio euklidestar batean bizi gara; edozein obra egiten dugula etxean, adibidez, lerro guztiak perpendikularrak eta paraleloak dira; triangeluak, zirkuluak eta horrelako forma lauak erabiltzen ditugu. Hori dena geometria euklidestarra da.

*“Euklidesen
Elementuak
liburuak aipatzeko
moduko marka bat
du: gehien itzuli eta
argitaratu den
zientzia-liburua da”*

Alde batetik, geometria euklidestarrak geometria lau aztertzen du: triangeluak, karratuak, zirkuluak, Pitagorasen teorema, Talesen teorema zuzen para-



Elementuak liburuaren euskarazko itzulpena. Elhuyar Fundazioak argitaratu du.

leloekin eta abar. Beste alde batetik, espazioaren geometriaren ere sartzten da, konoak, zilindroak, esferak eta horien artean dauden erlazioak agertzen baitira.

Elementuak euskaratzea, sekulako lana



Patxi Angulo.

Elementuak liburuari dagokionez, gaur egun, Heiberg daniarrak egin-dako lana hartzen da oinarritzat. Hark bereizi zituen Euklidesek berak idatzitakoak eta gerora gehitu edo kendu izan diren zatiak. Eta lan hura oinarritzat hartuta euskaratu du liburua Patxi Angulo EHUKo matematika-irakasleak, Heibergen bertsoaren bi itzulpenetatik abiatu-

ta, eta beste lau bertso erabili ditu lagungarri gisa, zalantzak argitzeko garaian baliagarri suertatzen zitzaizkiolako.

“Ni ez naiz lan horretan oinarritu greziera ez dakidalako” dio Angulok. “Heibergrek grezieraz idatzi zuen, baina gero lan horretan oinarritu dira beste itzulpen asko, eta, hain zuzen, nik erabili ditudan sei itzulpenak Heibergenean oinarrituta daude”. Bi gaztelaniaz daude, bi ingelesez eta beste biak frantsesez.

Gaztelaniazko bertso bat Maria Luisa Puertasek itzulia da, eta 1996an argitaratu zen. Ingeleseko bat 1908koa da, Thomas L. Heath ingelesarena. Frantsesezko bat Bernard Vitrac frantziarrak 2001ean argitaratu zuen. “Hirugarren hori batez ere zuzenketa batzuk egiteko eta zalantza batzuk argitzeko erabili nuen”. Eta horiez gain, beste hiru erabili zituen.

“Greziera-irakasle batzuekin harremanetan jarri nintzen (Cristina Lasa eta Javier Alonso). Haiek lagundu didate grezierazko hitzak ulertzen. Gainera, bi lagunengandik laguntza izan dut; bata aholkulari gisa, Xabier Artola, unean-unean sortzen diren zalantzen aurrean erabakitzen laguntzeko, eta testu osoaren zuzentzaile bat, Jose Ramon Etxebarria”.

Liburua hainbat hizkuntzataraz itzuli da. Eskuragarri dago italiaraz, alemanez, frantsesez, nederlandez, ingelesez, gaztelaniaz, errusieraz, suedieraz, danieraz, greziera modernoan, katalanez, japonieraz eta portugaleraz. Katalanez duela bi urte agertu zen, 2003an. Orain, noski, euskaraz ere badugu. Horiez gain, jakina, bertso zahar batzuk ere izan ziren, arabieraz eta grezieraz zaharrean, besteak beste.

Euskaratzeak luze jo dio Angulori. Bi urte eman ditu lan horretan. “Lan ederra izan da, eta bi zentzuetan, gainera: mardula eta polita” dio, pozik, liburua eskuetan duela.

“Beste gauza bat da eskolan nola irakasten den hori” dio Angulok. “Teorema batzuk edo propietate batzuk irakasten dira, beste batzuk pasatu egiten dira edo ez dira, behintzat, horrela irakasten, edo ez dute garrantzi handirik gaur egun. Baina oinarriko matematika hor dago, eskolan ikasten dugu”.

Nondik norakoak

Ez gara gu eskolan Euklidesen geometria ikasi dugun bakarrak; hezkuntzako testuetan klasiko bat da, eta *Elementuak* liburuaren bitartez toki eta garai askotara zabaldu da. Batzuetan, testu osoa erabili da, baina gehienetan edukiak kenduta edo gehituta. Edo, hobeto esanda, edukiak kenduta eta gehituta, biak batera.

Ez da harrizkoa duela 2.300 urte idatzitako liburu batean. Izan ere, ezinezkoa dirudi aldaketarik gabeko bertsiorek hain luze irautea. Jatorrizko liburuak galdu egin zen, baina historian zehar pertsona batzuek erabili zuten liburuak, edo liburuaren zati batzuk. Liburu osoa ez bazen ere, zeuzkaten zatiak transmititu zituzten. Proklo eta Teon Izmirmekoa dira horren adibide.

Haiez gain, liburuak idazle arabiar askok erabili zuten. Arabiarrek berreskuratu zituzten jatorrizko testuak; ez benetako papiroak, baina eskuizkribu asko bildu zituzten, eta haiek, gutxienez, ez ziren galdu.

“jatorrizko liburuak galdu egin zen, baina eskuizkribu asko bildu zituzten, eta haiek ez ziren galdu”

Liburuak eskoletan erabiltzen zen Erdi Aroan, eta XIX. mendean arte ere testuliburuak izan da, baina garai eta gizarte-mota bakoitzera aldatuta, egokituta. XIX. mendean, ordea, azterketa sakona egin zen jatorrizko testua identifikatu nahian. Hain zuzen ere, Heiberg daniarrak Euklidesek berak utzitakoa eta geroko ekarpenak bereizi zituen. Eta Euklidesen materiala greziara modernora itzuli zuen. Lan hura oinarritzat hartzen da jakiteko zer geratu zaigun Euklidesen jatorrizko

Triangeluak Euklidesen eskutik urrun

Euklidesen mundu lauan, triangelu baten angeluak batuz gero, 180 gradu lortzen dira. Baina geometria guztietan ez da hori gertatzen. Begira iezaiozu, adibidez, triangelu honi: erpin bat lpar poloan du eta beste biak ekuatorean, bata Greenwich meridianean eta bestea 90 gradu mendebaldeko longitudean. Triangelu horretan angelu bakoitzak 90 gradu ditu, eta hiruren batura 270 gradu da. Hor ikusten da geometria esferikoa ez dela euklidesarra (ez dela laua, alegia). Eta ez da esferikoa bakarrik. Einsteinen Erlatibitatearen Teoria geometria hiperboliko batean dago azalduta. Geometria hori ere ez-euklidesarra da.



G. RDA

testutik. Euklidesek idatzitakoa eta gero gehitutakoa banatu egin zituen. Beti daude zalantzak; badirudi oharrak gehitu zirela, baina jatorrizkoak ez zituen hainbat teorema ere, eta batzuetan azalpenak luzatu edo gehitu zirela. Zaila da hori guztia bereiztea; dena dela, Heibergerek egindako lana hartzen da gaur egun oinarritzat.

Orain, Heibergen lana erreferentzia hartuta, *Elementuak* euskaratu egin du Patxi Angulo matematikariak. Beraz, liburu zaharrak oraindik ere aurrera egiten du, itzulpen eta argitalpen gehiagoren bitartez. Litekeena da beste 2.300 urtez gaurkotasuna izatea liburuak; dakiguna da oraingoz erreferentzia izaten jarraitzen duela. ■

Antzinako greziarren beste hainbat aztarnaren antzekoa da *Elementuak* liburuak: oso jarduera aberatsak utzitako aztarna da.



ARTXIBOKOA